



TUGAS AKHIR – SM141501

PERBANDINGAN GRAFIK KENDALI CUSUM (*CUMULATIVE SUM*) DAN EWMA (*EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE*) DALAM PENGENDALIAN KUALITAS PRODUKSI PIPA BESI PADA PT. PACIFIC ANGKASA ABADI

MUHAMMAD HAKAM
1212100073

Dosen Pembimbing :
Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes
Dra. Titik Mudjiati, M.Si

JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017

“Halaman ini sengaja dikosongkan”



FINAL PROJECT– SM141501

***COMPARISON CUSUM (CUMULATIVE SUM) AND EWMA
(EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE) CONTROL
CHART IN QUALITY CONTROL OF STEEL PIPE PRODUCTION
AT PT. PACIFIC ANGKASA ABADI***

**MUHAMMAD HAKAM
1212100073**

Supervisor :

Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

Dra. Titik Mudjiati, M.Si

**Department of Mathematic
Faculty of Mathematics and Sciences
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2017**

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

LEMBAR PENGESAHAN

PERBANDINGAN GRAFIK KENDALI CUSUM (CUMULATIVE SUM) DAN EWMA (EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE) DALAM PENGENDALIAN KUALITAS PRODUKSI PIPA BESI PADA PT. PACIFIC ANGKASA ABADI

COMPARISON CUSUM (CUMULATIVE SUM) AND EWMA (EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE) CONTROL CHART IN QUALITY CONTROL OF STEEL PIPE PRODUCTION AT PT. PACIFIC ANGKASA ABADI

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Memperoleh gelar Sarjana Sains
Pada bidang minat Matematika Terapan
Program Studi S-1 Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :

MUHAMMAD HAKAM
NRP. 1212 100 073

Menyetujui,

Pembimbing II,

Dra. Titik Mudjiati, M.Si
NIP. 19650805 198903 2 002

Pembimbing I,

Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes
NIP. 19650220 198903 2 002

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika
FMIPA-ITS



Dr. Amam Mukhlash, S.Si. M.T
NIP. 19700831 199403 1 003
Surabaya, 1 Februari 2017

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

**PERBANDINGAN GRAFIK KENDALI CUSUM
(*CUMULATIVE SUM*) DAN EWMA (*EXPONENTIALLY
WEIGHTED MOVING AVERAGE*) DALAM
PENGENDALIAN KUALITAS PRODUKSI PIPA BESI
PADA PT. PACIFIC ANGKASA ABADI**

Nama : Muhammad Hakam
NRP : 1212100073
Jurusan : Matematika FMIPA-ITS
Pembimbing : Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes
Dra. Titik Mudjiati, M.Si

Abstrak

PT. Pacific Angkasa Abadi adalah produsen pipa besi yang bertempat di Gresik. Pada dunia industri seperti saat ini, persaingan semakin ketat. Hal seperti kualitas produk menjadi perhatian utama konsumen. Oleh karena itu PT. Pacific Angkasa Abadi terus melakukan upaya-upaya untuk mengendalikan kualitas produknya. Beberapa cara dapat dilakukan, salah satunya dengan menggunakan grafik kendali. Grafik kendali yang umum dipakai adalah grafik kendali Shewhart, tetapi grafik kendali tersebut kurang sensitif pada pergeseran kecil sehingga muncul grafik kendali lain yang menjadi alternatif seperti CUSUM dan EWMA. Tugas akhir ini membandingkan grafik kendali CUSUM dan EWMA pada proses produksi pipa hitam 50×50. Hasil pembahasan menunjukkan bahwa proses produksi pipa hitam 50×50 belum terkendali secara statistik. Grafik kendali EWMA memberikan performa yang lebih baik karena dapat mendeteksi 6 plot yang *out of control*.

Kata kunci: *Grafik Kendali CUSUM (Cumulative Sum), Grafik Kendali EWMA (Exponentially Weighted Moving Average).*

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

***COMPARISON CUSUM (CUMULATIVE SUM) AND EWMA
(EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE)
CONTROL CHART IN QUALITY CONTROL OF STEEL
PIPE PRODUCTION AT PT. PACIFIC ANGKASA ABADI***

Name : Muhammad Hakam
NRP : 1212100073
Department : Matematika FMIPA-ITS
Supervisor : Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes
Dra. Titik Mudjiati, M.Si

Abstract

PT. Pacific Angkasa Abadi is a steel pipe factory that placed in Gresik. In the industrial world nowadays, the competition becomes more intense. Therefore PT. Pacific Angkasa Abadi always make efforts in controlling their product's quality. There is several ways that can be done, one of them is by using control chart. Control chart that commonly used is Shewhart control chart, however this chart is not sensitive enough in small shift, so there is another chart that used for alternative such as CUSUM and EWMA. This final project compares CUSUM and EWMA control chart for 50×50 black steel pipe production. From the analysis's result, show that the steel pipe production is not controlled by statistic. The EWMA control chart provide a better performance because is it detected 6 out of control plot.

Keywords: CUSUM Control Chart, EWMA Control Chart.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

KATA PENGANTAR

Syukur alhamdulillah atas kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan segala nikmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul “Perbandingan Grafik Kendali CUSUM (*Cumulative Sum*) dan EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) dalam Pengendalian Kualitas Produksi Pipa Besi pada PT. Pacific Angkasa Abadi”.

Sholawat serta salam senantiasa penulis curahkan kepada junjungan Nabi Muhammad SAW, beserta para keluarga dan sahabatnya. Tugas Akhir dapat diselesaikan berkat bantuan, bimbingan serta dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis ingin mengucapkan terima kasih dengan tulus kepada:

1. Orang tua penulis yang senantiasa memberikan dukungan dan doa selama penulis menempuh perkuliahan di Matematika FMIPA ITS
2. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT sebagai Ketua Jurusan Matematika FMIPA-ITS.
3. Ibu Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes dan Ibu Dra. Titik Mudjiati, M.Si sebagai dosen pembimbing yang telah memberikan dukungan dan masukan dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.
4. Ibu Dra. Farida Agustini Widjajati, MS, Bapak Drs. Soehardjoepri, M.Si, dan Bapak M. Syifa'ul Mufid, S.Si.,M.Si sebagai dosen penguji yang telah memberikan saran untuk perbaikan Tugas Akhir ini.
5. Bapak Drs. Mohammad Setijo Winarko, M.Si sebagai dosen wali selama penulis kuliah di Jurusan Matematika FMIPA ITS.
6. Semua Bapak dan Ibu dosen Jurusan Matematika FMIPA ITS Surabaya yang telah memberikan keteladanan dan ilmu kepada penulis selama penulis menempuh perkuliahan.
7. Elgin M.D yang telah membantu saya dan memperlancar dalam pencarian data.
8. Bapak Fredy Herdianto dan Bapak Aris yang membimbing saya saat pengambilan data di PT. Pacific Angkasa Abadi

9. Teman-teman mahasiswa Matematika angkatan 2012, MAT12IKS serta warga Himpunan Mahasiswa Matematika ITS yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan Tugas Akhir ini terdapat banyak kekurangan, untuk itu dalam kesempatan ini penulis meminta maaf sebesar-besarnya atas segala kekurangan yang ada. Kritik dan saran dari berbagai pihak yang bersifat membangun juga sangat diharapkan sebagai bahan perbaikan di masa yang akan datang. Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat.

Surabaya, 2 Februari 2017

Penulis

DAFTAR ISI

	Hal
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR.....	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xixx
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	4
1.5 Manfaat	4
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Penelitian Terdahulu.....	7
2.1 Kualitas	7
2.3 Pengendalian Kualitas	8
2.4 Pengendalian Kualitas Statistik	8
2.5 Grafik Kendali	9
2.6 Grafik Kendali CUSUM	12
2.7 Grafik Kendali EWMA.....	14
2.8 Uji Normalitas	21
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Studi Literatur	23
3.2 Pengambilan Data.....	23
3.3 Teknik Analisis Data	23
3.4 Diagram Alir.....	24
BAB IV ANALISIS DATA	
4.1 Uji Normalitas Data.....	25
4.2 Grafik Kendali CUSUM	27

4.3 Grafik Kendali EWMA.....	30
4.4 Perbandingan Grafik Kendali CUSUM dan EWMA...	34
BAB V PENUTUP	
5.1 Kesimpulan.....	37
5.2 Saran	37
DAFTAR PUSTAKA.....	39
LAMPIRAN	41
BIODATA PENULIS.....	73

DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 2.1 Grafik kendali tabular CUSUM	13
Gambar 2.2 Grafik kendali EWMA.....	20
Gambar 3.1 Metodologi Penelitian	24
Gambar 4.1 Titik plot <i>Dhitung</i> = 0,066999	26
Gambar 4.2 Grafik kendali CUSUM	30
Gambar 4.3 Grafik kendali EWMA.....	34

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 4.1 Uji normalitas data dengan SPSS	26

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR LAMPIRAN

	Hal
LAMPIRAN 1 Data Panjang Pipa Hitam 50×50 Tanggal 13 Oktober 2016.....	41
LAMPIRAN 2 Tabel Nilai Kritis Uji Kolmogorov-Smirnov.....	45
LAMPIRAN 3 Tabel Nilai A_2, d_2, D_3, D_4	47
LAMPIRAN 4 Hasil Perhitungan Uji Normalitas.....	48
LAMPIRAN 5 Tabel Nilai Plot CUSUM.....	64
LAMPIRAN 6 Tabel Nilai Plot dan Batas EWMA	68

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persaingan di dunia industri semakin hari semakin ketat, masing masing perusahaan berlomba-lomba untuk memberikan yang terbaik untuk konsumen, mulai dari inovasi produk sampai peningkatan kualitas produk atau pelayanan. Sebagian besar konsumen mempertimbangkan spesifikasi produk untuk membeli atau menggunakan produk tersebut, dengan kata lain, kualitas suatu produk memegang peran penting dalam dunia industri. Kualitas adalah keseluruhan ciri atau karakteristik produk atau jasa dalam tujuannya untuk memenuhi kebutuhan dan harapan pelanggan[1]. Kurangnya kualitas suatu produk bisa disebabkan oleh *human error*, kesalahan mesin, perawatan mesin sampai dengan penyimpanan produk. Kualitas merupakan salah satu pertimbangan konsumen untuk membeli barang atau menggunakan jasa. Kualitas yang dimaksud bukan hanya dari sudut pandang produsen tetapi juga dari sudut pandang konsumen. Jika kedua sudut pandang ini diperhatikan penuh oleh produsen maka keuntungan akan didapat oleh kedua belah pihak. Maka dari itu pengendalian kualitas sangat penting untuk menjaga kepuasan produsen maupun konsumen.

Pengendalian kualitas memiliki peran penting dalam proses produksi karena proses produksi yang baik akan menghasilkan produk yang baik pula. Pengendalian kualitas terdiri dari mengembangkan, merancang, memproduksi, pemasaran, dan pelayanan produk atau jasa dengan mengoptimalkan biaya dan kegunaan untuk kepuasan pelanggan[2]. Perusahaan dituntut untuk melakukan perbaikan produk agar mendapat loyalitas dari pelanggan, perbaikan yang dimaksud mulai dari pemeliharaan alat sampai dengan pengendalian hasil produk agar memenuhi kualifikasi pelanggan. Agar perusahaan tetap memiliki kepercayaan dari pelanggan, maka perbaikan kualitas wajib dilakukan, semakin banyak produk cacat yang beredar semakin berkurang pula kepercayaan pelanggan.

Salah satu cara untuk mengendalikan kualitas suatu produk adalah dengan menggunakan grafik kendali. Pengamatan hasil produk harus dilakukan untuk mengetahui ada atau tidaknya produk cacat. Penerapan grafik kendali terhadap data produksi dianggap mampu untuk mengendalikan kualitas suatu produk. Grafik kendali menurut nilai karakteristiknya dibagi menjadi dua yaitu grafik kendali variabel dan grafik kendali atribut [2]. Grafik $\bar{X} - R$ dan $\bar{X} - S$ adalah contoh grafik kendali variabel, sedangkan grafik p, c , dan u adalah contoh grafik kendali atribut.

Grafik kendali \bar{X} Shewhart adalah grafik kendali yang cukup populer saat ini, tetapi kelemahan dari grafik kendali tersebut adalah kurang efektif dalam mendeteksi pergeseran rata-rata yang kecil dalam proses produksi. Berdasarkan alasan ini maka dikembangkan grafik pengendali alternatif yaitu grafik kendali CUSUM (*Cumulative Sum*) dan EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*). Grafik kendali CUSUM dan EWMA sangat efektif untuk pergeseran rata-rata proses yang kecil. Pengamatan pergeseran rata-rata proses yang kecil akan menjaga agar proses produksi tetap stabil dan menghasilkan produk yang lebih berkualitas dan tentunya memberikan keuntungan baik bagi produsen maupun konsumen.

PT Pasific Angkasa Abadi adalah perusahaan penghasil pipa besi berkualitas di Gresik. Sebagian pelanggan dari PT Pasific Angkasa Abadi adalah berbagai perusahaan *scaffolding* yang membutuhkan pipa besi dengan tingkat presisi yang tinggi. Selain itu beberapa pelanggan juga membutuhkan hal yang sama. Proses produksi akan menjadi perhatian khusus untuk menjaga kepercayaan pelanggan dan mengurangi kerugian yang akan dialami perusahaan. Proses produksi pipa besi pada PT Pasific Angkasa Abadi terbagi menjadi beberapa tahap, mulai dari proses *slitting* sampai dengan *cutting*. Proses *cutting* diharapkan bisa memberikan hasil yang sesuai dengan ukuran yang diinginkan oleh perusahaan. Namun tidak jarang pada proses *cutting* terjadi kesalahan yang disebabkan pergantian ketebalan bahan pipa yang membutuhkan mengatur ulang mesin atau disebabkan oleh kerusakan mesin.

Pada penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Nurul Hidayah berjudul Kajian Perbandingan Grafik Pengendali CUSUM dan EWMA dalam Mendeteksi Pergeseran Rata-Rata Proses, didapatkan hasil bahwa pada pergeseran rata-rata antara $1,0\sigma$ sampai $1,5\sigma$ grafik pengendali yang efektif dan memberikan kinerja terbaik ialah grafik pengendali CUSUM. Adapun pada pergeseran rata-rata kurang dari $1,0\sigma$ grafik pengendali EWMA menampilkan pendeteksian yang lebih baik daripada CUSUM[3]. Dalam tugas akhir ini dibahas mengenai pengendalian kualitas dengan menggunakan grafik kendali CUSUM dan EWMA. Grafik kendali CUSUM dan EWMA akan dibandingkan untuk mendapatkan grafik kendali yang lebih sensitif pada proses produksi pipa besi di PT. Pacific Angkasa Abadi.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana penerapan grafik kendali CUSUM pada data panjang pipa besi di PT. Pacific Angkasa Abadi?
2. Bagaimana penerapan grafik kendali EWMA pada data panjang pipa besi di PT. Pacific Angkasa Abadi?
3. Bagaimana perbandingan grafik kendali CUSUM dan EWMA pada data panjang pipa besi di PT. Pacific Angkasa Abadi?

1.3 Batasan Masalah

Ruang lingkup permasalahan yang dibahas dalam tugas akhir ini antara lain:

1. Data panjang pipa besi pada PT Pacific Angkasa Abadi pada tanggal 13 Oktober 2016.
2. Pipa besi yang diamati adalah pipa besi jenis pipa hitam 50×50 .
3. Nilai target yang ditentukan perusahaan adalah 6008 mm.
4. Perhitungan data pada tugas akhir ini menggunakan software Minitab dan SPSS.
5. Parameter k dan h yang digunakan pada grafik kendali CUSUM adalah $k = 0,5$ dan $h = 4$.

6. Faktor pembobotan (λ) dan lebar batas kendali (L) yang digunakan untuk grafik kendali EWMA adalah $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$.

1.4 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, tujuan tugas akhir ini adalah:

1. Menerapkan grafik kendali CUSUM pada data panjang pipa besi di PT. Pacific Angkasa Abadi.
2. Menerapkan grafik kendali EWMA pada data panjang pipa besi di PT. Pacific Angkasa Abadi.
3. Membandingkan kinerja grafik kendali CUSUM dan EWMA pada data panjang pipa besi di PT. Pacific Angkasa Abadi.

1.5 Manfaat

Hasil tugas akhir ini diharapkan memiliki manfaat sebagai berikut:

1. Memberikan informasi mengenai grafik kendali CUSUM pada panjang pipa besi di PT. Pacific Angkasa Abadi.
2. Memberikan informasi mengenai grafik kendali EWMA pada panjang pipa besi di PT. Pacific Angkasa Abadi.
3. Mendapatkan diagram kontrol yang lebih efektif untuk data panjang pipa besi di PT. Pacific Angkasa Abadi.
4. Sebagai pertimbangan dalam menentukan langkah pengendalian kualitas produk.
5. Dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan untuk penelitian pada periode selanjutnya.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tugas akhir ini sebagai berikut:

- BAB I Pendahuluan, menjelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan laporan tugas akhir.
- BAB II Tinjauan Pustaka, menjelaskan tentang kualitas, pengendalian kualitas, pengendalian kualitas statistik,

grafik kendali, grafik kendali CUSUM, grafik kendali EWMA, uji normalitas.

BAB III Metodologi Penelitian, menjelaskan langkah-langkah dalam pengerjaan tugas akhir.

BAB IV Analisis Data dan Pembahasan, menjelaskan tentang analisis data dan pembahasan secara keseluruhan dengan menggunakan grafik kendali CUSUM dan EWMA.

BAB V Penutup, berisi kesimpulan dan saran berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan dari seluruh pengerjaan tugas akhir.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Penelitian Terdahulu

Pada penelitian sebelumnya oleh Nurul Hidayah telah dikaji bagaimana perbandingan antara grafik kendali CUSUM dan EWMA. Didapatkan hasil bahwa masing-masing grafik kendali mempunyai keunggulan pada variasi perubahan yang berbeda.

Penelitian selanjutnya adalah tentang analisis grafik kendali EWMA untuk mean proses yang dilakukan oleh Kristina Intan Kartika Putri. Permasalahan yang dibahas adalah bagaimana cara kerja grafik kendali EWMA beserta contoh aplikasi pada datanya. Sebagai pembanding, proses aplikasi data dibandingkan dengan grafik kendali $\bar{X} - R$. Didapatkan hasil bahwa grafik kendali EWMA lebih sensitif dibanding dengan grafik kendali $\bar{X} - R$ dalam mendeteksi pergeseran kecil dan semakin kecil nilai λ maka semakin efektif grafik kendali EWMA.

2.2 Kualitas

Kualitas produk yang dihasilkan sebuah perusahaan baik berupa barang atau jasa adalah faktor yang sangat menentukan baik atau buruknya perusahaan tersebut. Usaha untuk menjaga nama baik perusahaan dapat dilakukan melalui kualitas dari barang atau jasa yang dihasilkan. Definisi kualitas adalah sesuatu yang berbeda dan tergantung pada waktu dan tempat, atau dikatakan sesuai dengan tujuan[1].

Kualitas merupakan keseluruhan karakteristik produk dan jasa yang meliputi *marketing*, *engineering*, *manufacture*, dan *maintenance*, yang mana produk dan jasa tersebut dalam pemakaiannya akan sesuai dengan kebutuhan dan harapan pelanggan[1]. Karakteristik-karakteristik tersebut yang nantinya akan menjadi pertimbangan para konsumen untuk menilai suatu barang atau jasa berkualitas atau tidak. Hal tersebut akan berpengaruh pada kepercayaan konsumen terhadap barang atau jasa tersebut.

2.3 Pengendalian Kualitas

Pengendalian kualitas adalah teknik operasional dan kegiatan yang digunakan untuk memenuhi persyaratan sebuah kualitas[4]. Pengendalian kualitas yang tepat memberikan kualitas yang baik. Secara umum, pengendalian kualitas dibutuhkan oleh perusahaan untuk memonitor proses produksi agar sesuai dengan hasil yang diharapkan.

Tujuan dari pengendalian kualitas adalah[5]:

1. Agar barang hasil produksi dapat mencapai standar kualitas yang telah ditetapkan.
2. Mengusahakan agar biaya inspeksi dapat menjadi sekecil mungkin.
3. Mengusahakan agar biaya desain dari produk dan proses dengan menggunakan kualitas produksi tertentu dapat menjadi sekecil mungkin.
4. Mengusahakan agar biaya produksi dapat menjadi serendah mungkin.

Oleh karena itu pengendalian kualitas menjadi prioritas utama perusahaan untuk memikat konsumen.

2.4 Pengendalian Kualitas Statistik

Pengendalian kualitas statistik merupakan teknik penyelesaian masalah yang digunakan untuk memonitor, mengendalikan, menganalisis, mengelola dan memperbaiki produk dan proses menggunakan metode-metode statistik. Konsep terpenting dalam pengendalian kualitas statistik adalah variabilitas, dimana semua prosedur pengendalian kualitas statistik membuat keputusan berdasar sampel yang diambil dari populasi yang lebih besar. Variabilitas yang dimaksud adalah variabilitas antar sampel (misalnya rata-rata atau nilai tengah) dan variabilitas dalam sampel (misal range atau standar deviasi)[1].

Pada dasarnya pengendalian kualitas statistik merupakan teknik penyelesaian masalah yang digunakan untuk memonitor, mengendalikan, menganalisis, mengelola, dan memperbaiki produk dan proses menggunakan metode-metode statistik. Tujuan utama pengendalian kualitas statistik adalah pengurangan

variabilitas secara sistemik dalam karakteristik kunci produk itu [6].

Pengendalian kualitas statistik adalah salah satu perkembangan teknologi terbaik dalam abad ke-20 karena didasari oleh prinsip-prinsip mendasar, mudah dipakai, mempunyai dampak yang signifikan, dan bisa diterapkan dalam berbagai macam proses. 7 alat pengendalian kualitas paling umum yang biasa disebut *The Magnificent Seven*, antara lain [6]:

1. Histogram
2. *Check Sheet*
3. Diagram Pareto
4. Diagram sebab-akibat
5. Diagram pemusatan kecacatan
6. Diagram Scatter
7. Grafik kendali

Dari 7 alat pengendalian kualitas tersebut, grafik kendali lebih sering digunakan. Oleh karena itu, berbagai pengembangan grafik kendali telah dilakukan, sehingga muncul beberapa grafik kendali yang dapat digunakan pada kondisi-kondisi tertentu.

2.5 Grafik Kendali

Grafik kendali adalah salah satu alat pengendalian kualitas yang paling umum dipakai. Grafik kendali digunakan untuk memonitor apakah suatu proses dalam keadaan terkendali atau tidak, sehingga dapat dilakukan pemecahan masalah atau langkah-langkah untuk perbaikan kualitas.

Beberapa manfaat diberikan oleh grafik kendali. Manfaat grafik kendali dalam pengendalian kualitas antara lain[6]:

1. Dapat mengurangi buangan atau pembuatan ulang yang dapat menjadi penghambat produktivitas dalam setiap proses sehingga dapat menekan biaya.
2. Mengetahui penyimpangan-penyimpangan dalam suatu proses produksi.
3. Pengendali kualitas suatu produk agar memenuhi spesifikasi produk yang diinginkan.
4. Memberikan informasi mengenai kemampuan proses.

5. Sebagai dasar dalam menetapkan standar proses berikutnya.

Grafik kendali bekerja dengan menetapkan batas-batas kendali dan nilai tengah. Batas kendali yang dimaksud adalah sebagai berikut:

1. Batas Kendali Atas

Merupakan batas penyimpangan yang berada diatas garis tengah.

2. Batas Kendali Bawah

Merupakan batas penyimpangan yang berada dibawah garis tengah

Secara umum, batas kendali adalah batas penyimpangan suatu titik yang berada diatas maupun dibawah garis tengah. Garis tengah adalah garis yang melambangkan tidak adanya penyimpangan pada sampel, pada beberapa penelitian dapat diperoleh dari rata-rata proses atau nilai target.

Suatu proses dapat dikatakan terkendali jika tidak ada titik yang keluar dari batas kendali, sebaliknya jika ada titik yang keluar dari batas kendali maka proses dikatakan tidak terkendali dan diperlukan tindakan penyelidikan untuk mencari penyebabnya.

Ada beberapa macam grafik kendali yang dapat diterapkan pada proses produksi dan penggunaannya disesuaikan dengan data yang akan diolah dan proses yang diamati. Sensitifitas dari masing-masing grafik kendali juga berbeda. Grafik kendali dapat dikatakan lebih sensitif daripada grafik kendali lain jika dapat mendeteksi data *out of control* lebih banyak atau lebih cepat[5].

Terdapat beberapa grafik kendali yang sudah diteliti dan diterapkan. Secara umum grafik kendali dapat diklasifikasikan menjadi 2 jenis, yaitu[6]:

1. Grafik kendali atribut

Grafik kendali atribut juga dikenal sebagai grafik kendali sifat, hal ini karena data yang diperlukan untuk membuat grafik kendali atribut hanya diklasifikasikan berdasarkan sifat produk tersebut seperti baik atau jelek, cacat atau tidak. Contoh grafik kendali atribut yang sering digunakan adalah grafik kendali p , np , c , u .

2. Grafik Kendali Variabel

Merupakan grafik kendali yang digunakan terhadap data yang dapat diukur. Data yang dibutuhkan untuk penerapan grafik kendali ini adalah data yang bersifat variabel seperti panjang besi, kesikuan keramik. Beberapa contoh dari grafik kendali variabel adalah grafik kendali $\bar{X} - R$ dan $\bar{X} - S$.

Grafik kendali $\bar{X} - R$ digunakan jika ukuran subgrup kecil yaitu $n \leq 10$, sedangkan $\bar{X} - S$ digunakan jika ukuran subgrup besar yaitu $n > 10$. Grafik kendali $\bar{X} - R$ dan $\bar{X} - S$ cukup efektif dalam mendeteksi pergeseran besar namun kurang sensitif dengan pergeseran kecil dalam proses produksi. Hal ini yang mendasari munculnya beberapa grafik kendali baru sebagai alternatif untuk mendeteksi pergeseran kecil[6].

Dalam pembuatan grafik kendali, nilai μ dan σ dapat diketahui atau tidak. Dalam prakteknya, kebanyakan nilai μ dan σ tidak diketahui sehingga harus dilakukan penaksiran untuk mendapatkan nilai μ dan σ . Jika \bar{X}_m adalah rata-rata subgrup ke m maka nilai μ dapat ditaksir dari rata-rata seluruh rata-rata subgrup dan didefinisikan dengan $\bar{\bar{X}}$ yang dihitung dengan:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 + \dots + \bar{X}_m}{m}$$

Apabila nilai σ belum diketahui sebelumnya, maka nilai σ dapat ditaksir dari range subgrup, hal ini biasa digunakan untuk ukuran subgrup kecil $n \leq 10$. Jika $X_{i1}, X_{i2}, X_{i3}, \dots, X_{in}$ adalah sampel dari subgrup ke i berukuran n dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ maka range subgrup ke i adalah selisih dari sampel terbesar dengan sampel terkecil pada subgrup tersebut, yaitu:

$$R_i = X_{ij(max)} - X_{ij(min)}$$

dengan:

i : range subgrup ke i

Jika $R_1, R_2, R_3, \dots, R_m$ adalah range dari m subgrup, maka rata-rata range adalah:

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m}$$

Nilai estimasi dari σ ($\hat{\sigma}$) ditaksir dengan menggunakan rumus:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (2.1)$$

dengan:

\bar{R} : rata-rata range

d_2 : konstanta, dapat dilihat dari tabel pada Lampiran 2

2.6 Grafik Kendali CUSUM

Grafik kendali CUSUM pertama kali diusulkan oleh Page pada tahun 1954. Grafik kendali CUSUM menghimpun sampel-sampel sebelumnya untuk menjadi titik pengamatan, hal ini yang membedakan grafik CUSUM dengan $\bar{X} - R$ dan $\bar{X} - S$.

CUSUM mempunyai rumus sebagai berikut:

$$C_i = \sum_{j=1}^m (\bar{x}_i - \mu_0)$$

dengan:

C_i : CUSUM ke i

\bar{x}_i : sampel ke i

μ_0 : nilai target

Nilai μ_0 umumnya diperoleh dari nilai target yang sudah ditentukan tetapi pada beberapa kasus μ_0 bisa ditaksir dari rata-rata proses tersebut seperti pada persamaan (2.1). Ada 2 cara menampilkan grafik kendali CUSUM, yaitu tabular CUSUM dan *V-mask* CUSUM. Dari 2 cara tersebut, tabular CUSUM lebih disarankan[6]. Tabular CUSUM digunakan dengan cara mengakumulasi pergeseran diatas nilai target yang dilambangkan dengan C^+ dan C^- untuk pergeseran dibawah nilai target. C^+ dan C^- disebut dengan *one-sided upper and lower CUSUM* dan dapat dihitung dari:

$$C_i^+ = \max\{0, X_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+\} \quad (2.2)$$

$$C_i^- = \min\{0, X_i - \mu_0 + K + C_{i-1}^-\} \quad (2.3)$$

$$C_0^+ = C_0^- = 0$$

dengan:

C_i^+ : upper CUSUM ke i

C_i^- : lower CUSUM ke i

X_i : pengamatan ke i

μ_0 : nilai target

K : nilai kelonggaran

K disebut nilai kelonggaran dan umumnya diperoleh dari:

$$K = k\sigma \quad (2.4)$$

Dapat dilihat bahwa untuk mendapatkan plot dari CUSUM diperlukan parameter k . Beberapa penelitian merekomendasikan nilai k adalah 0,5[6].

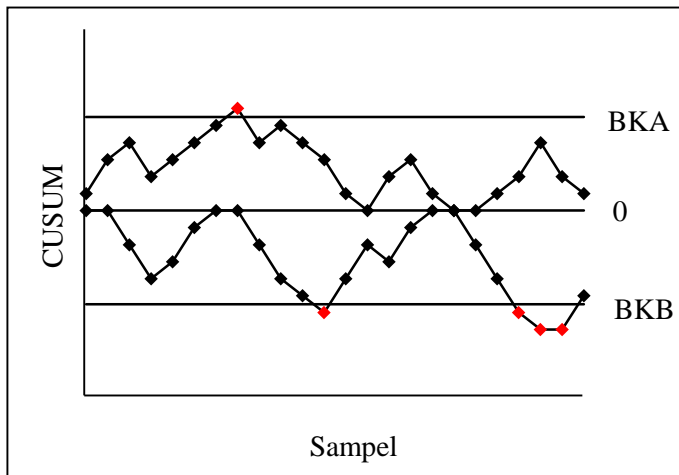
Batas kendali dari tabular CUSUM dapat diperoleh dari:

$$\begin{aligned} BKA &= H \\ &= h\sigma \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$BKB = -H \quad (2.6)$$

Untuk menentukan batas kendali CUSUM diperlukan nilai dari h , umumnya nilai h yang digunakan adalah 4 atau 5[6]. Contoh grafik kendali CUSUM dapat dilihat pada Gambar 2.1.

Berikut merupakan contoh grafik kendali tabular CUSUM:



Gambar 2.1 Grafik kendali tabular CUSUM

Dari Gambar 2.1 dapat dilihat bahwa plot grafik diatas μ_0 menunjukkan nilai dari C_i^+ , sedangkan untuk C_i^- digambarkan dengan plot grafik dibawah μ_0 . Plot data dikatakan *out of control* jika plot data tersebut berada diatas BKA yang dinotasikan dengan H atau dibawah BKB yang dinotasikan dengan $-H$. Pada Gambar 2.1 terdapat beberapa plot data *out of control* yang digambarkan dengan plot berwarna merah.

Jika besar sampel $n > 1$, maka nilai X_i diganti dengan rata-rata subgrup yang dinotasikan dengan \bar{X}_i , sedangkan nilai σ dapat diganti dengan $\sigma_{\bar{X}}$ dan dapat diperoleh dari[6]:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.7)$$

dengan:

σ : standar deviasi

n : besar sampel dalam satu kali pengamatan

Dengan demikian, plot CUSUM yang didapat dari persamaan (2.2) dan (2.3) dapat diubah menjadi:

$$C_i^+ = \max\{0, \bar{X}_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+\} \quad (2.8)$$

$$C_i^- = \min\{0, \bar{X}_i - \mu_0 + K + C_{i-1}^-\} \quad (2.9)$$

Nilai K pada persamaan (2.6) juga diubah menjadi:

$$K = k \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.10)$$

Sedangkan batas kendali pada persamaan (2.5) dan (2.6) dapat diubah menjadi:

$$\begin{aligned} BKA &= H \\ &= h \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$BKB = -H \quad (2.12)$$

2.7 Grafik Kendali EWMA

Grafik kendali EWMA diperkenalkan pertama kali oleh Robert pada tahun 1959 dan digunakan untuk memonitor proses dan mendeteksi adanya faktor terusut yang terlihat dari adanya pergeseran terus menerus dalam suatu proses. Grafik kendali EWMA cukup efektif untuk pergeseran kecil dalam suatu proses[6]. Cara kerja grafik kendali EWMA sama seperti grafik kendali CUSUM yang tidak hanya mempertimbangkan sampel terakhir sebagai titik yang diamati. Grafik kendali EWMA menghimpun sampel-sampel sebelumnya untuk memperoleh titik plot yang nantinya akan diamati pada grafik.

Rumus untuk titik plot grafik kendali EWMA sebagai berikut[8]:

$$z_i = \lambda X_i + (1 - \lambda)z_{i-1} \quad (2.13)$$

dengan:

i : waktu atau subgrup, $i = 1, 2, 3, \dots$

z_i : nilai EWMA ke i

λ : faktor bobot dari EWMA dimana nilainya $0 < \lambda \leq 1$

X_i : sampel ke i

z_0 : nilai awal EWMA

Nilai awal EWMA z_0 dapat diperoleh melalui 2 cara, yaitu melalui nilai target yang sudah ditetapkan perusahaan atau dengan menggunakan rata-rata proses yang diamati.

Seperti pada umumnya grafik kendali, pada grafik kendali EWMA juga terdapat 3 garis penting yaitu garis tengah (GT), batas kendali atas (BKA), dan batas kendali bawah (BKB). Garis tengah adalah garis yang mewakili nilai target atau nilai rata-rata proses produksi dan berada di tengah grafik kendali. Pada grafik kendali EWMA garis tengah berada pada nilai z_0 . Nilai EWMA dikatakan *out of control* jika titik plot dari nilai tersebut jatuh diatas BKA atau dibawah BKB.

Dari persamaan (2.13), z_i dapat dijabarkan sebagai berikut[8]:

$$\begin{aligned}
 z_i &= \lambda X_i + (1 - \lambda)z_{i-1} \\
 &= \lambda x_i + (1 - \lambda)[\lambda x_{i-1} + (1 - \lambda)z_{i-2}] \\
 &= \lambda x_i + \lambda(1 - \lambda)x_{i-1} + (1 - \lambda)^2 z_{i-2} \\
 &= \lambda x_i + \lambda(1 - \lambda)x_{i-1} + (1 - \lambda)^2 [\lambda x_{i-2} + (1 - \lambda)z_{i-3}] \\
 &= \lambda x_i + \lambda(1 - \lambda)x_{i-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 x_{i-2} + (1 - \lambda)^3 z_{i-3} \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

Selanjutnya persamaan (2.14) direkursi untuk z_{i-k} , dengan $k = 4, 5, 6, \dots, (i - 1)$ sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
 z_i &= \lambda x_i + \lambda(1 - \lambda)x_{i-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 x_{i-2} + \dots + \\
 &\quad \lambda(1 - \lambda)^{i-2} x_{i-(i-2)} + \lambda(1 - \lambda)^{i-1} x_{i-(i-1)} + (1 - \lambda)^i z_{i-i} \\
 &= \lambda x_i + \lambda(1 - \lambda)x_{i-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 x_{i-2} + \dots + \\
 &\quad \lambda(1 - \lambda)^{i-2} x_2 + \lambda(1 - \lambda)^{i-1} x_1 + (1 - \lambda)^i z_0 \quad (2.15)
 \end{aligned}$$

Kemudian persamaan (2.15) secara sederhana dapat dinyatakan dengan

$$z_i = \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j x_{i-j} + (1 - \lambda)^i z_0 \quad (2.16)$$

Dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$, diperoleh persamaan-persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
 z_1 &= \lambda x_1 + (1 - \lambda)z_0 \\
 &= \frac{x_1}{1/\lambda} + (1 - \lambda)z_0 \\
 z_2 &= \lambda x_2 + \lambda(1 - \lambda)x_1 + (1 - \lambda)^2 z_0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{x_2}{1/\lambda} + \frac{x_1}{1/(\lambda(1-\lambda))} + (1-\lambda)^2 z_0 \\
z_3 &= \lambda x_3 + \lambda(1-\lambda)x_2 + \lambda(1-\lambda)^2 x_1 + (1-\lambda)^3 z_0 \\
&= \frac{x_3}{1/\lambda} + \frac{x_2}{1/(\lambda(1-\lambda))} + \frac{x_1}{1/(\lambda(1-\lambda)^2)} + (1-\lambda)^3 z_0
\end{aligned}$$

Untuk $i = m$, diperoleh

$$\begin{aligned}
z_m &= \lambda x_m + \lambda(1-\lambda)x_{m-1} + \lambda(1-\lambda)^2 x_{m-2} + \dots \\
&\quad + \lambda(1-\lambda)^{m-2} x_2 + \lambda(1-\lambda)^{m-1} x_1 + (1-\lambda)^m z_0 \quad (2.17)
\end{aligned}$$

Pada saat

$i = 1$, bentuk λx_1 merupakan *average* pada z_1

$i = 2$, bentuk λx_2 dan $\lambda(1-\lambda)x_1$ merupakan *average* pada z_2

$i = 3$, bentuk λx_3 , $\lambda(1-\lambda)x_2$ dan $\lambda(1-\lambda)^2 x_1$ merupakan *average* pada z_3

:

$i = n$, bentuk $\lambda x_n, \lambda(1-\lambda)x_{n-1}, \lambda(1-\lambda)^2 x_{n-2}, \dots, \lambda(1-\lambda)^{n-2} x_2$ dan $\lambda(1-\lambda)^{n-1} x_1$ *average* pada z_m

Dapat dilihat terdapat pergerakan *average* dari setiap nilai i . Pergerakan *average* ini disebut *moving average*.

Selain itu pada persamaan (2.17) terlihat bahwa bobot menurun secara eksponensial dari rata-rata subgroup sebelumnya ke rata-rata subgroup terbaru, yaitu $\lambda(1-\lambda)^0, \lambda(1-\lambda)^1, \lambda(1-\lambda)^2, \dots, \lambda(1-\lambda)^{i-2}, \lambda(1-\lambda)^{i-1}$. Pada z_i terdapat adanya pergerakan *average* serta bobot yang mengalami perubahan secara eksponensial, sehingga z_i disebut EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*).

Sesuai dengan rumus EWMA yang sudah disederhanakan pada persamaan (2.16), nilai mean dari z_i yaitu:

$$\begin{aligned}
E[z_i] &= E\left[\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j x_{i-j} + (1-\lambda)^i z_0\right] \\
&= E\left[\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j x_{i-j}\right] + E[(1-\lambda)^i z_0] \\
&= \lambda E\left[\sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j x_{i-j}\right] + (1-\lambda)^i z_0 \\
&= \lambda E[x_i + (1-\lambda)^1 x_{i-1} + (1-\lambda)^2 x_{i-2} + (1-\lambda)^3 x_{i-3} + \dots + (1-\lambda)^{i-1} x_1] + (1-\lambda)^i z_0 \\
&= \lambda \{E[x_i] + E[(1-\lambda)^1 x_{i-1}] + E[(1-\lambda)^2 x_{i-2}] + E[(1-\lambda)^3 x_{i-3}] + \dots + E[(1-\lambda)^{i-1} x_1]\} + (1-\lambda)^i z_0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lambda \{E[x_i] + (1 - \lambda)^1 E[x_{i-1}] + (1 - \lambda)^2 E[x_{i-2}] + \\
&\quad (1 - \lambda)^3 E[x_{i-3}] + \dots + (1 - \lambda)^{i-1} E[x_1]\} \\
&\quad + (1 - \lambda)^i z_0 \tag{2.18}
\end{aligned}$$

Untuk setiap sampel, nilai rata-rata yang diharapkan merupakan nilai z_0 . Jika $i = 1, 2, 3, \dots, m$, maka $E[x_i] = z_0$. Sehingga didapatkan

$$E[x_1] = E[x_2] = \dots = E[x_{i-1}] = E[x_i] = z_0$$

Selanjutnya persamaan (2.18) menjadi:

$$\begin{aligned}
E[z_i] &= \lambda \{E[x_i] + (1 - \lambda)^1 E[x_{i-1}] + (1 - \lambda)^2 E[x_{i-2}] + \\
&\quad (1 - \lambda)^3 E[x_{i-3}] + \dots + (1 - \lambda)^{i-1} E[x_1]\} \\
&= \lambda z_0 \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j + (1 - \lambda)^i z_0 \tag{2.19}
\end{aligned}$$

Pada persamaan (2.19) terdapat nilai dari $\sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j$ yang akan dijabarkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j &= (1 - \lambda)^0 + (1 - \lambda)^1 + (1 - \lambda)^2 + \dots \\
&= 1 + (1 - \lambda)^1 + (1 - \lambda)^2 + (1 - \lambda)^3 + \dots \tag{2.20}
\end{aligned}$$

Dapat dilihat bahwa persamaan (2.24) merupakan deret geometri dengan nilai awal $a = 1$, $r = (1 - \lambda)$ dan banyaknya nilai $n = i$, sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned}
S_n &= \frac{a(1-r^n)}{(1-r)} \\
\sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j &= \frac{1(1-(1-\lambda)^i)}{1-(1-\lambda)} \\
&= \frac{(1-(1-\lambda)^i)}{\lambda} \tag{2.21}
\end{aligned}$$

Kemudian substitusikan persamaan (2.25) ke persamaan (2.19), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
E[z_i] &= \lambda z_0 \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j + (1 - \lambda)^i z_0 \\
&= \lambda z_0 \left[\frac{(1-(1-\lambda)^i)}{\lambda} \right] + (1 - \lambda)^i z_0 \\
&= z_0 (1 - (1 - \lambda)^i) + (1 - \lambda)^i z_0 \\
&= z_0 - z_0 (1 - \lambda)^i + (1 - \lambda)^i z_0 \\
&= z_0 \tag{2.22}
\end{aligned}$$

Jadi nilai mean yang diharapkan dari EWMA adalah z_0 . Setelah mendapatkan nilai mean dari EWMA, selanjutnya akan

dicari nilai penyebaran z_i yaitu variansi untuk mendapatkan batas kendali sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \sigma^2_{z_i} &= \text{var}(z_i) \\
 &= \text{var}\left(\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j x_{i-j} + (1-\lambda)^i z_0\right) \\
 &= \text{var}\left(\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j x_{i-j}\right) + \text{var}\left((1-\lambda)^i z_0\right) \\
 &\quad + 2 \text{cov}\left(\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j x_{i-j}, (1-\lambda)^i z_0\right) \quad (2.23)
 \end{aligned}$$

Karena $\text{var}(c) = 0$ untuk c adalah suatu konstanta maka $\text{var}\left((1-\lambda)^i z_0\right) = 0$ dan karena setiap x_i adalah independen maka $\text{cov}\left(\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j x_{i-j}, (1-\lambda)^i z_0\right) = 0$.

Maka persamaan (2.23) menjadi

$$\begin{aligned}
 \sigma^2_{z_i} &= \text{var}\left(\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j x_{i-j}\right) + 0 + 2(0) \\
 &= \lambda^2 \text{var}\left(\sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j x_{i-j}\right) \\
 &= \lambda^2 \{ \text{var}(x_i + (1-\lambda)x_{i-1} + (1-\lambda)^2 x_{i-2} + (1-\lambda)^3 x_{i-3} + \dots + (1-\lambda)^{i-1} x_1) \} \\
 &= \lambda^2 \{ \text{var}(x_i) + (1-\lambda)^2 \text{var}(x_{i-1}) + (1-\lambda)^4 \text{var}(x_{i-2}) \\
 &\quad + (1-\lambda)^6 \text{var}(x_{i-3}) + \dots + (1-\lambda)^{2(i-1)} \text{var}(x_1) \} \\
 &= \lambda^2 \{ 1 + (1-\lambda)^2 + (1-\lambda)^4 + (1-\lambda)^6 + \dots + \\
 &\quad (1-\lambda)^{2(i-1)} \} \text{var}(x_i) \quad (2.24)
 \end{aligned}$$

Jika dimisalkan $\text{var}(x_i) = \sigma^2_{x_i}$, maka persamaan (2.24) menjadi:

$$\sigma^2_{z_i} = \lambda^2 \{ 1 + (1-\lambda)^2 + (1-\lambda)^4 + (1-\lambda)^6 + \dots + (1-\lambda)^{2(i-1)} \} \sigma^2_{x_i} \quad (2.25)$$

Dapat dilihat bahwa pada persamaan (2.25) terdapat bentuk $1 + (1-\lambda)^2 + (1-\lambda)^4 + (1-\lambda)^6 + \dots + (1-\lambda)^{2(i-1)}$ yang merupakan bentuk deret geometri dengan nilai awal $a = 1$, $r = (1-\lambda)^2$ dan banyaknya nilai $n = i$, sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned}
 S_n &= \frac{a(1-r^n)}{(1-r)} \\
 &= \frac{1(1-(1-\lambda^2)^i)}{1-(1-\lambda^2)} \\
 &= \frac{(1-(1-\lambda^2)^i)}{1-(1-2\lambda+\lambda^2)} \\
 &= \frac{1-(1-\lambda^2)^i}{2\lambda-\lambda^2} \quad (2.26)
 \end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (2.26) ke persamaan (2.25) sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned}\sigma_{z_i}^2 &= \lambda^2 \{1 + (1 - \lambda)^2 + (1 - \lambda)^4 + (1 - \lambda)^6 + \dots + \\ &\quad (1 - \lambda)^{2(i-1)}\} \sigma_{x_i}^2 \\ &= \lambda \sigma_{x_i}^2 \left[\frac{1 - (1 - \lambda)^{2i}}{2 - \lambda} \right]\end{aligned}\quad (2.27)$$

Jika dimisalkan $\sigma_{x_i}^2 = \sigma^2$ maka persamaan (2.27) menjadi:

$$\sigma_{z_i}^2 = \frac{\lambda \sigma^2 (1 - (1 - \lambda)^{2i})}{2 - \lambda} \quad (2.28)$$

Kemudian didefinisikan BKA dan BKB dari grafik kendali EWMA dengan L sebagai lebar batas kendali yang ditunjukkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}BKA &= z_0 + L \sigma_{z_i} \\ &= z_0 + L \sqrt{\frac{\lambda \sigma^2 (1 - (1 - \lambda)^{2i})}{2 - \lambda}} \\ &= z_0 + L \sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} (1 - (1 - \lambda)^{2i})\end{aligned}\quad (2.29)$$

$$\begin{aligned}BKB &= z_0 - L \sigma_{z_i} \\ &= z_0 - L \sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} (1 - (1 - \lambda)^{2i})\end{aligned}\quad (2.30)$$

dengan:

BKA : batas kendali atas

BKB : batas kendali bawah

z_0 : nilai target

L : lebar batas kendali

σ : standar deviasi

λ : faktor bobot dari EWMA dimana nilainya $0 < \lambda \leq 1$

i : waktu ke i , $i = 1, 2, 3, \dots$

Apabila besar sampel $n > 1$, maka nilai X_i diganti dengan rata-rata subgrup yang dinotasikan dengan \bar{X}_i , sedangkan nilai σ dapat diganti dengan $\sigma_{\bar{X}}$ seperti pada persamaan (2.7). Jika disubstitusikan ke persamaan (2.13), maka plot EWMA menjadi:

$$z_i = \lambda \bar{X}_i + (1 - \lambda) z_{i-1} \quad (2.31)$$

Nilai batas kendali yang didefinisikan pada persamaan (2.29) dan (2.30) juga dapat diubah menjadi:

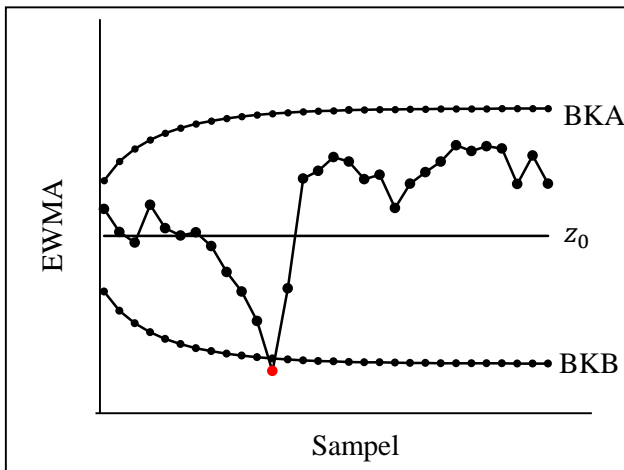
$$\begin{aligned}
 BKA &= z_0 + L\sigma_{\bar{x}}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}[1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \\
 &= z_0 + L\frac{\sigma}{\sqrt{m}}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}[1 - (1 - \lambda)^{2i}]}
 \end{aligned}
 \quad (2.32)$$

$$BKB = z_0 - L\frac{\sigma}{\sqrt{m}}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}[1 - (1 - \lambda)^{2i}]}
 \quad (2.33)$$

Pada penelitian yang dilakukan Lucas dan Saccucci, nilai λ dan L yang diambil adalah $\lambda = 0,40$ dengan $L = 3.054$, $\lambda = 0,25$ dengan $L = 2,998$, $\lambda = 0,20$ dengan $L = 2,962$, $\lambda = 0,10$ dengan $L = 2,814$, $\lambda = 0,05$ dengan $L = 2,615$.

Contoh grafik kendali EWMA ditunjukkan dengan Gambar 2.2.

Berikut merupakan contoh grafik kendali EWMA:



Gambar 2.2 Grafik kendali EWMA

Dapat dilihat pada Gambar 2.2 bahwa grafik kendali EWMA disusun dari plot BKA, BKB dan z_0 . Data dapat dikatakan *out of control* jika plot data tersebut jatuh diatas BKA atau dibawah BKB.

2.8 Uji Normalitas

Uji Normalitas adalah sebuah uji yang dilakukan dengan tujuan untuk menilai sebaran data pada sebuah kelompok data atau variabel, apakah sebaran data tersebut berdistribusi normal atau tidak. Pengujian normalitas data dapat menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov [7]. Berikut merupakan Uji Kolmogorov-Smirnov:

Hipotesis:

H_0 : data sampel berdistribusi normal.

H_1 : data sampel tidak berdistribusi normal.

Statistik Uji:

$$D_{hitung} = \max\{|F_0(x_i) - S(x_i)|\} \quad (2.34)$$

$$S(x_i) = \frac{fkum}{m}$$

dengan:

D_{hitung} : deviasi maksimum.

$F_0(x_i)$: fungsi distribusi yang dihipotesiskan distribusi normal.

$S(x_i)$: fungsi distribusi komulatif dari data sampel.

$fkum$: frekuensi komulatif ke i.

m : jumlah sampel.

Kriteria Pengujian:

Jika $D_{hitung} < D_{\alpha,n}$ (nilai $\alpha = 0.05$), maka H_0 diterima yang berarti data sampel berdistribusi normal.

Untuk nilai dari $D_{\alpha,n}$ didapat dari tabel nilai kritis uji Kolmogorov-Smirnov yang dapat dari Lampiran 2.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Studi Literatur

Permasalahan yang diambil pada tugas akhir ini adalah membandingkan grafik kendali CUSUM dan EWMA. Sedangkan tujuannya adalah menentukan grafik kendali yang lebih sensitif untuk pergeseran yang kecil dan menentukan langkah untuk perbaikan kualitas.

Dari permasalahan dan tujuan tersebut selanjutnya dilakukan studi literatur untuk mendukung pengerjaan tugas akhir. Studi literatur dilakukan terhadap jurnal-jurnal ilmiah, buku-buku, penelitian sebelumnya, serta beberapa referensi dari internet yang berkaitan dengan grafik kendali CUSUM dan EWMA.

3.2 Pengambilan Data

Data yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah data primer yang diambil dari proses produksi pipa besi pada PT. Pacific Angkasa Abadi. Jenis pipa besi yang diamati adalah jenis pipa hitam kotak 50×50 mm dengan tebal 1,2 mm dan panjang 6 m. Pengambilan data dilakukan setiap 3 menit sebanyak 100 kali pengamatan dengan pengambilan 4 sampel pada setiap pengamatan. Data produksi pipa hitam 50×50 mm dapat dilihat pada Lampiran 1.

3.3 Teknik Analisis Data

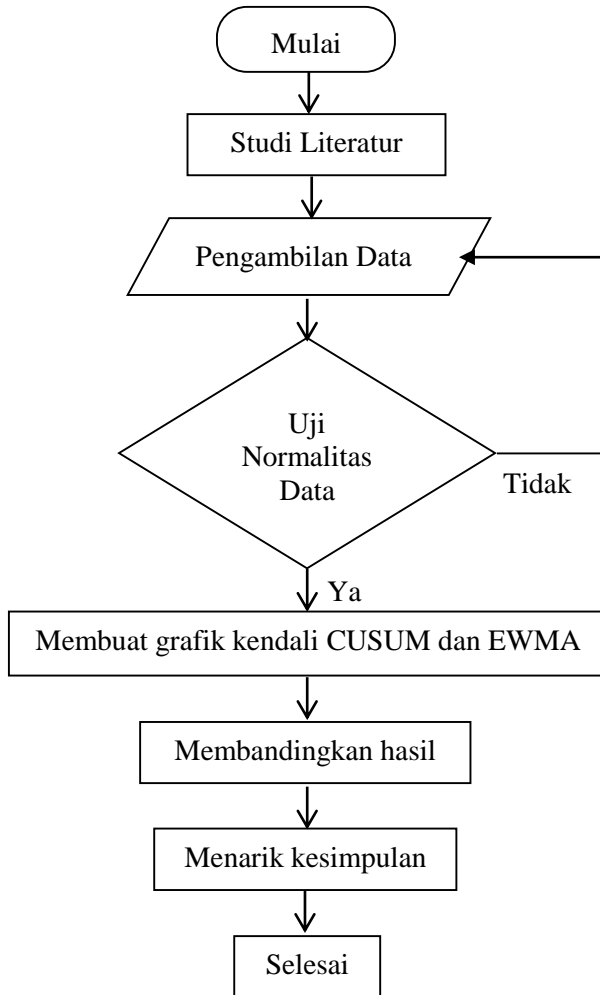
Teknik yang digunakan dalam menganalisis data pada tugas akhir ini adalah teknik pengendalian kualitas statistik dengan penerapan grafik kendali CUSUM dan EWMA. Sensitifitas dari kedua grafik tersebut dibandingkan untuk mendapatkan grafik kendali yang lebih sensitif untuk pergeseran kecil.

Langkah-langkah dalam analisis data sebagai berikut:

1. Membuat grafik kendali CUSUM
2. Membuat grafik kendali EWMA
3. Membandingkan hasil grafik kendali CUSUM dan EWMA

3.4 Diagram Alir

Diagram alir untuk penelitian yang dilakukan dalam tugas akhir ini dapat dilihat pada Gambar 3.1 berikut:



Gambar 3.1 Metodologi Penelitian

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1 Uji Normalitas Data

Sebelum membuat grafik kendali CUSUM dan EWMA, diperlukan pengujian distribusi normal pada data panjang pipa besi. Pengujian distribusi normal dilakukan untuk mengetahui apakah data panjang pipa besi berdistribusi normal. Pengujian distribusi normal yang digunakan adalah uji Kolmogorov-Smirnov.

Pada persamaan (2.34) diperlukan nilai $S(x_i)$ dan $F_0(x_i)$ untuk mendapatkan D_{hitung} . Perhitungan nilai $S(x_i)$ dan $F_0(x_i)$ dapat dilihat pada Lampiran 4 dan didapatkan hasil $D_{hitung} = 0.066999$. Setelah mendapatkan nilai dari $S(x_i)$ dan $F_0(x_i)$, akan dilakukan pengujian Kolmogorov-Smirnov. Berikut ini merupakan pengujian Kolmogorov-Smirnov pada data panjang pipa besi:

Hipotesis:

H_0 : data panjang pipa besi berdistribusi normal.

H_1 : data panjang pipa besi tidak berdistribusi normal.

Statistik Uji:

$$\begin{aligned} D_{hitung} &= \max\{|F_0(x_i) - S(x_i)|\} \\ &= 0.066999 \end{aligned}$$

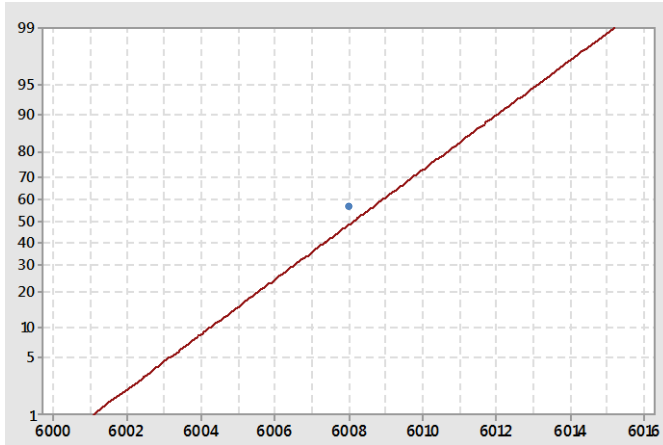
Titik plot untuk $D_{hitung} = 0.066999$ ditunjukkan pada Gambar 4.1. Pada Gambar 4.1, titik $S(x_i)$ ditunjukkan dengan titik biru, sedangkan $F_0(x_i)$ adalah titik yang berada pada garis merah dan tepat dibawah titik biru jika ditarik garis vertical. Nilai D_{hitung} adalah selisih dari kedua titik tersebut.

Untuk nilai D_{tabel} dapat diperoleh dari tabel nilai kritis uji Kolmogorov-Smirnov yang dapat dilihat pada Lampiran 2. Nilai D_{tabel} dari 400 data panjang pipa besi adalah:

$$\begin{aligned} D_{tabel} &= D_{(0,05;400)} \\ &= 0,0675 \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan tersebut, diperoleh bahwa $D_{hitung} < D_{(0,05;400)}$, sehingga H_0 diterima, artinya data panjang pipa besi berdistribusi normal.

Berikut merupakan titik plot $D_{hitung} = 0,066999$:



Gambar 4.1 Titik plot $D_{hitung} = 0,066999$

Uji normalitas Kolmogorov-Smirnov juga bisa menggunakan *software* SPSS seperti yang ditunjukkan pada Tabel 4.1.

Berikut uji normalitas dengan menggunakan SPSS:

Tabel 4.1 Uji normalitas data dengan SPSS

H_0	Pengujian	Sig.	Keputusan
Distribusi dari VAR00006 adalah normal dengan rata-rata 6008,13 dan standard deviasi 3,03	One-Sample Kolmogorov-Smirnov	0,050	Menerima H_0

Pada Tabel 4.1 dapat dilihat bahwa nilai *asymtotic significances* sebesar 0,050, sehingga pada kolom Keputusan hipotesis nol (H_0) diterima yang berarti bahwa data panjang pipa besi berdistribusi normal.

4.2 Grafik Kendali CUSUM

Pada tugas akhir ini, grafik kendali CUSUM yang digunakan adalah tabular CUSUM. Untuk menyusun grafik kendali CUSUM, langkah pertama yang harus dilakukan adalah mendefinisikan parameter k dan h untuk memperoleh batas kendali dan titik plot CUSUM. Pada penelitian-penelitian yang sudah dilakukan sebelumnya, nilai k dan h yang diambil adalah $k = 0,5$ dan $h = 4$ atau $h = 5$. Pada tugas akhir ini nilai k dan h yang diambil adalah $k = 0,5$ dan $h = 4$.

Sebelum mencari batas kendali dan titik plot CUSUM, akan dihitung terlebih dahulu nilai dari σ , karena data yang digunakan memiliki besar sampel $n > 1$, maka nilai σ dapat diperoleh dari persamaan (2.1) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\bar{R}}{d_2} \\ &= \frac{6,28}{2,059} \\ &= 3.05002428363283\end{aligned}$$

Nilai dari d_2 dapat dilihat pada tabel nilai A_2, d_2, D_3, D_4 pada Lampiran 3. Selanjutnya akan dicari nilai K dan H , karena ukuran sampel $n > 1$ maka nilai K ditentukan dengan menggunakan persamaan (2.10) dan diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}K &= k \frac{\sigma}{\sqrt{m}} \\ &= 0,5 \frac{3.05002428363283}{\sqrt{4}} \\ &= 0.762506070908208\end{aligned}$$

Untuk memperoleh H sebagai batas kendali digunakan persamaan (2.11) dan (2.12) dan diperoleh:

$$\begin{aligned}BKA &= H \\ &= h \frac{\sigma}{\sqrt{m}} \\ &= 4 \frac{3.05002428363283}{\sqrt{4}} \\ &= 6.10004856726567 \\ BKB &= -H \\ &= -6.10004856726567\end{aligned}$$

Setelah mendapatkan batas kendali, maka langkah selanjutnya adalah mendefinisikan nilai μ_0 . PT Pacific Angkasa Abadi sudah memiliki target panjang pipa besi yaitu 6008 mm. Karena perusahaan sudah mempunyai nilai target, nilai μ_0 pada grafik kendali CUSUM dapat diambil dari nilai target tersebut, maka $\mu_0 = 6008$.

Kemudian menentukan titik plot C_i^+ dan C_i^- . Dengan persamaan (2.8) didapatkan nilai dari C_i^+ dari data ke 1 sampai dengan data ke 100 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} C_1^+ &= \max\{0, \bar{x}_1 - (\mu_0 + K) + C_0^+\} \\ &= \max\{0, 6010 - (6008 + 0,76250607090821) + 0\} \\ &= \max\{0, 1,23749392909179\} \\ &= 1,23749392909179 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_2^+ &= \max\{0, \bar{x}_2 - (\mu_0 + K) + C_1^+\} \\ &= \max\{0, 6006,5 - (6008 + 0,76250607090821) + 1,23749392909179\} \\ &= \max\{0, -1,02501214181609\} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_3^+ &= \max\{0, \bar{x}_3 - (\mu_0 + K) + C_2^+\} \\ &= \max\{0, 6007,25 - (6008 + 0,76250607090821) + 0\} \\ &= \max\{0, -1,51250607090788\} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_4^+ &= \max\{0, \bar{x}_4 - (\mu_0 + K) + C_3^+\} \\ &= \max\{0, 6010,75 - (6008 + 0,76250607090821) + 0\} \\ &= \max\{0, 1,98749392909179\} \\ &= 1,98749392909179 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_5^+ &= \max\{0, \bar{x}_5 - (\mu_0 + K) + C_4^+\} \\ &= \max\{0, 6006,5 - (6008 + 0,76250607090821) + 1,98749392909179\} \\ &= \max\{0, -0,275012141816085\} \\ &= 0 \end{aligned}$$

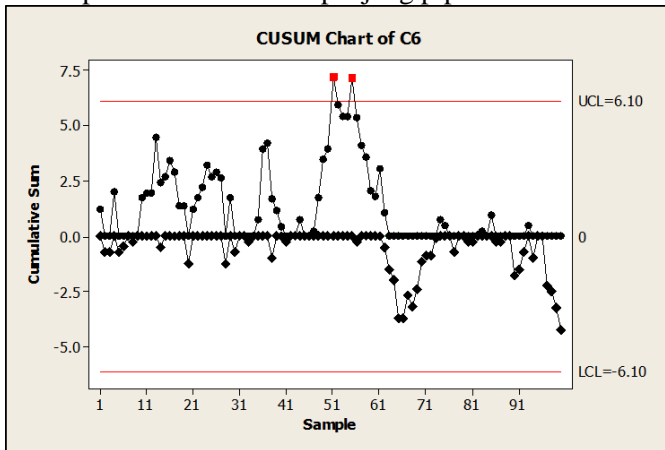
Dengan cara yang sama, didapatkan nilai dari C_6^+ sampai dengan C_{100}^+ yang dapat dilihat pada Lampiran 5. Setelah mendapatkan nilai plot dari C_i^+ dilanjutkan dengan mencari nilai plot C_i^- dari data ke 1 sampai dengan data ke 100 dengan menggunakan persamaan (2.9) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
C_1^- &= \min\{0, \bar{x}_1 - \mu_0 + K + C_0^-\} \\
&= \min\{0, 6010 - 6008 + 0,76250607090821 + 0\} \\
&= \min\{0, 2,76250607090821\} \\
&= 0 \\
C_2^- &= \min\{0, \bar{x}_2 - \mu_0 + K + C_1^-\} \\
&= \min\{0, 6006,5 - 6008 + 0,76250607090821 + 0\} \\
&= \min\{0, -0,73749392909179\} \\
&= -0,73749392909179 \\
C_3^- &= \min\{0, \bar{x}_3 - \mu_0 + K + C_2^-\} \\
&= \min\{0, 6007,25 - 6008 + 0,76250607090821 + \\
&\quad (-0,73749392909179)\} \\
&= \min\{0, -0,724987858183917\} \\
&= -0,724987858183917 \\
C_4^- &= \min\{0, \bar{x}_4 - \mu_0 + K + C_3^-\} \\
&= \min\{0, 6010,75 - 6008 + 0,76250607090821 + \\
&\quad (-0,724987858183917)\} \\
&= \min\{0, 2,78751821272429\} \\
&= 0 \\
C_5^- &= \min\{0, \bar{x}_5 - \mu_0 + K + C_4^-\} \\
&= \min\{0, 6006,5 - 6008 + 0,76250607090821 + 0\} \\
&= \min\{0, -0,73749392909179\} \\
&= -0,73749392909179
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan cara yang sama, akan didapatkan nilai dari C_6^- sampai dengan C_{100}^- yang dapat dilihat pada Lampiran 5.

Langkah selanjutnya akan disusun grafik kendali CUSUM. Dengan nilai C_i^+ dan C_i^- pada Lampiran 5 dan batas kendali yang sudah didefinisikan sebelumnya, grafik kendali CUSUM untuk panjang pipa besi pada PT. Pacific Angkasa Abadi dapat dilihat pada Gambar 4.1. Pada Gambar 4.1 terdapat 2 plot C_i^- yang berada diatas BKA, yaitu plot ke 51 dan 55, sehingga dapat dikatakan proses produksi pipa besi tidak terkendali secara statistik.

Berikut plot CUSUM untuk panjang pipa besi:



Gambar 4.2 Grafik kendali CUSUM

4.3 Grafik Kendali EWMA

Langkah awal dari untuk membuat grafik kendali EWMA adalah dengan mendefinisikan nilai awal EWMA z_0 . Sama halnya dengan CUSUM, pada grafik kendali EWMA nilai awal z_0 dapat diperoleh melalui 2 cara, yaitu dengan menghitung rata-rata atau dengan menggunakan nilai target yang sudah diterapkan oleh perusahaan. Karena PT. Pacific Angkasa Abadi sudah memiliki nilai target pada proses produksi pipa besi yaitu 6008 mm, maka nilai target tersebut dapat didefinisikan sebagai nilai awal EWMA, dengan demikian $z_0 = 6008$.

Untuk menyusun grafik kendali EWMA diperlukan nilai λ dan L . Nilai λ yang disebut sebagai faktor bobot EWMA digunakan untuk mencari titik plot dari EWMA, sedangkan nilai L digunakan untuk menentukan batas dari EWMA. Pada penelitian yang dilakukan oleh Lucas dan Saccucci, nilai nilai λ dan L yang diambil adalah $\lambda = 0,40$ dengan $L = 3,054$, $\lambda = 0,25$ dengan $L = 2,998$, $\lambda = 0,20$ dengan $L = 2,962$, $\lambda = 0,10$ dengan $L = 2,814$, $\lambda = 0,05$ dengan $L = 2,615$. Pada tugas akhir ini nilai λ

dan L yang diambil adalah $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ karena nilai λ dan L tersebut memberikan grafik kendali yang lebih sensitif.

Dengan menggunakan nilai $\lambda = 0,05$ dan $z_0 = 6008$ akan dihitung nilai dari z_i dengan menggunakan persamaan (2.31) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 z_1 &= \lambda \bar{x}_1 + (1 - \lambda)z_0 \\
 &= (0,05)(6010) + (1 - 0,05)(6008) \\
 &= (300,5) + (0,95)(6008) \\
 &= (300,5) + (5707,6) \\
 &= 6008,1 \\
 z_2 &= \lambda \bar{x}_2 + (1 - \lambda)z_1 \\
 &= (0,05)(6006,5) + (1 - 0,05)(6008,1) \\
 &= (300,325) + (0,95)(6008,1) \\
 &= (300,325) + (5707,695) \\
 &= 6008,02 \\
 z_3 &= \lambda \bar{x}_3 + (1 - \lambda)z_2 \\
 &= (0,05)(6007,25) + (1 - 0,05)(6008,02) \\
 &= (300,3625) + (0,95)(6008,02) \\
 &= (300,3625) + (5707,619) \\
 &= 6007,9815 \\
 z_4 &= \lambda \bar{x}_4 + (1 - \lambda)z_3 \\
 &= (0,05)(6010,75) + (1 - 0,05)(6007,9815) \\
 &= (300,5375) + (0,95)(6007,9815) \\
 &= (300,5375) + (5707,582425) \\
 &= 6008,119925 \\
 z_5 &= \lambda \bar{x}_5 + (1 - \lambda)z_4 \\
 &= (0,05)(6006,5) + (1 - 0,05)(6008,119925) \\
 &= (300,325) + (0,95)(6008,119925) \\
 &= (300,325) + (5707,71392875) \\
 &= 6008,03892875
 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan cara yang sama, didapatkan nilai dari z_6 sampai dengan z_{100} yang dapat dilihat pada Lampiran 6. Setelah mendapatkan nilai dari z_i , akan dihitung nilai batas kendali dari grafik kendali EWMA. Untuk menghitung BKA digunakan persamaan (2.32).

Untuk $i = 1$:

$$\begin{aligned}
BKA &= \mu_0 + L \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} [1 - (1 - \lambda)^{2i}] \\
&= 6008 + 2,615(1,525012141816415) \\
&\quad \left(\sqrt{\frac{0,05}{2-0,05}} [1 - (1 - 0,05)^{2(1)}] \right) \\
&= 6008,199395
\end{aligned}$$

Untuk $i = 2$:

$$\begin{aligned}
BKA &= \mu_0 + L \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} [1 - (1 - \lambda)^{2(2)}] \\
&= 6008 + 2,615(1,525012141816415) \\
&\quad \left(\sqrt{\frac{0,05}{2-0,05}} [1 - (1 - 0,05)^{2(2)}] \right) \\
&= 6008,275028
\end{aligned}$$

Untuk $i = 3$:

$$\begin{aligned}
BKA &= \mu_0 + L \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} [1 - (1 - \lambda)^{2(3)}] \\
&= 6008 + 2,615(1,525012141816415) \\
&\quad \left(\sqrt{\frac{0,05}{2-0,05}} [1 - (1 - 0,05)^{2(3)}] \right) \\
&= 6008,32867
\end{aligned}$$

Untuk $i = 4$:

$$\begin{aligned}
BKA &= \mu_0 + L \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} [1 - (1 - \lambda)^{2(4)}] \\
&= 6008 + 2,615(1,525012141816415) \\
&\quad \left(\sqrt{\frac{0,05}{2-0,05}} [1 - (1 - 0,05)^{2(4)}] \right) \\
&= 6008,370473
\end{aligned}$$

Untuk $i = 5$:

$$\begin{aligned}
BKA &= \mu_0 + L \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} [1 - (1 - \lambda)^{2(5)}] \\
&= 6008 + 2,615(1,525012141816415) \\
&\quad \left(\sqrt{\frac{0,05}{2-0,05}} [1 - (1 - 0,05)^{2(5)}] \right) \\
&= 6008,404508
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan cara yang sama, nilai BKA dengan $i = 6, 7, 8, \dots, 100$ dapat dilihat pada Lampiran 6. Untuk mendapatkan nilai dari BKB dapat menggunakan persamaan (2.33).

Untuk $i = 1$:

$$\begin{aligned} BKB &= \mu_0 - L \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} [1 - (1 - \lambda)^{2i}] \\ &= 6008 - 2,615(1,525012141816415) \\ &\quad \left(\sqrt{\frac{0,05}{2-0,05}} [1 - (1 - 0,05)^{2(1)}] \right) \\ &= 6007,800605 \end{aligned}$$

Untuk $i = 2$:

$$\begin{aligned} BKB &= \mu_0 - L \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} [1 - (1 - \lambda)^{2(2)}] \\ &= 6008 - 2,615(1,525012141816415) \\ &\quad \left(\sqrt{\frac{0,05}{2-0,05}} [1 - (1 - 0,05)^{2(2)}] \right) \\ &= 6007,724972 \end{aligned}$$

Untuk $i = 3$:

$$\begin{aligned} BKB &= \mu_0 - L \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} [1 - (1 - \lambda)^{2(3)}] \\ &= 6008 - 2,615(1,525012141816415) \\ &\quad \left(\sqrt{\frac{0,05}{2-0,05}} [1 - (1 - 0,05)^{2(3)}] \right) \\ &= 6007,67133 \end{aligned}$$

Untuk $i = 4$:

$$\begin{aligned} BKB &= \mu_0 - L \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} [1 - (1 - \lambda)^{2(4)}] \\ &= 6008 - 2,615(1,525012141816415) \\ &\quad \left(\sqrt{\frac{0,05}{2-0,05}} [1 - (1 - 0,05)^{2(4)}] \right) \\ &= 6007,629527 \end{aligned}$$

Untuk $i = 5$:

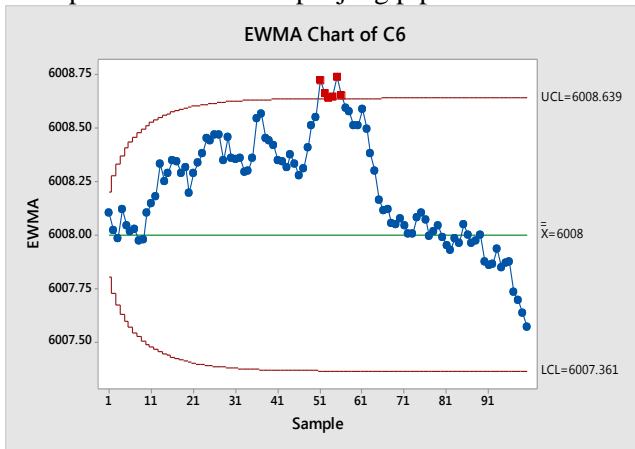
$$\begin{aligned} BKB &= \mu_0 - L \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} [1 - (1 - \lambda)^{2(5)}] \\ &= 6008 - 2,615(1,525012141816415) \end{aligned}$$

$$\left(\sqrt{\frac{0,05}{2-0,05} [1 - (1 - 0,05)^{2(5)}]} \right)$$

$$= 6007,595492$$

Dengan menggunakan cara yang sama untuk $i = 1,2,3, \dots, 100$ akan didapatkan nilai BKB dari EWMA yang dapat dilihat pada Lampiran 6. Dengan memperoleh nilai dari batas kendali dan z_i maka dapat disusun grafik kendali EWMA. Grafik kendali EWMA dengan $\lambda = 0,05$ dan $L = 2,615$ dapat dilihat pada Gambar 4.2.

Berikut plot EWMA untuk panjang pipa besi:



Gambar 4.3 Grafik kendali EWMA

Pada Gambar 4.2 terdapat 6 plot yang melebihi BKA, yaitu plot ke 51,52,53,54,55,56. Dengan adanya plot yang keluar dari batas kendali, maka proses produksi pipa besi dapat dikatakan tidak terkendali secara statistik.

4.4 Perbandingan Grafik Kendali CUSUM dan EWMA

Setelah membuat grafik kendali CUSUM dan EWMA, maka selanjutnya dilakukan perbandingan hasil dari kedua grafik tersebut. Perbandingan grafik kendali CUSUM dan EWMA bertujuan untuk mengetahui grafik kendali mana yang lebih efektif dalam mendeteksi adanya keadaan tidak terkendali atau

out of control. Perbandingan kedua grafik ini dilihat dari banyaknya keadaan yang berada diluar batas kendali atau biasa disebut data yang *out of control*. Semakin banyak keadaan *out of control* yang bisa dideteksi oleh grafik kendali, maka semakin sensitif grafik kendali tersebut.

Pada grafik kendali CUSUM hanya ditemukan 2 titik yang *out of control* yaitu pada titik ke 51 dan 55, sedangkan pada grafik EWMA terdapat 6 titik yang *out of control* pada titik 51,52,53,54,55,56. Dengan demikian grafik kendali EWMA dapat dikatakan grafik kendali EWMA lebih sensitif daripada grafik kendali CUSUM dan grafik EWMA lebih cocok diterapkan untuk proses produksi pipa besi jenis pipa hitam 50×50 pada PT. Pacific Angkasa Abadi.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan dalam tugas akhir ini dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Penerapan grafik kendali CUSUM dalam pengendalian kualitas pipa hitam 50×50 pada PT. Pacific Angkasa Abadi dapat mengidentifikasi bahwa kualitas pipa hitam 50×50 berada di luar batas kendali yang seharusnya, sehingga kualitas pipa hitam 50×50 belum terkendali secara statistik.
2. Penerapan grafik kendali EWMA dalam pengendalian kualitas pipa hitam 50×50 pada PT. Pacific Angkasa Abadi dapat mengidentifikasi bahwa kualitas pipa hitam 50×50 berada di luar batas kendali yang seharusnya, sehingga kualitas pipa hitam 50×50 belum terkendali secara statistik.
3. Penerapan grafik kendali EWMA memberikan hasil yang lebih sensitif daripada grafik kendali CUSUM. Pada grafik kendali CUSUM terdapat 2 data yang *out of control*, sedangkan pada grafik kendali EWMA terdapat 6 data yang *out of control*. Hal ini menunjukkan penerapan grafik kendali EWMA dapat dikatakan lebih tepat dalam proses pengendalian kualitas produksi pipa hitam 50×50 pada PT. Pacific Angkasa Abadi.

5.2 Saran

Berdasarkan analisis data, pembahasan dan kesimpulan yang telah dilakukan, saran pada tugas akhir ini adalah sebaiknya PT. Pacific Angkasa Abadi perlu menggunakan alat bantu statistik untuk dapat mengetahui proses produksi pipa besi sudah terkendali atau tidak.

Saran yang dapat diberikan pada penelitian selanjutnya adalah menganalisis kinerja grafik kendali CUSUM dan EWMA untuk data non-normal.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Ariani, D.W., (2004). "Pengendalian Kualitas Statistik (Pendekatan Kuantitatif dalam Manajemen Kualitas)". Yogyakarta: Andi Offset.
- [2] Ishikawa, K., (1994). "*Introduction to Quality Control*". Tokyo: JUSE Press Ltd.
- [3] Hidayah, N., (2010). "Kajian Perbandingan Kinerja Grafik Kendali CUSUM dan EWMA dalam Mendeteksi Pergeseran Rata-Rata Proses". Tugas Akhir-Jurusan Matematika ITS Surabaya.
- [4] Gasperz, V., (2005). "*Total Quality Management*". Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama.
- [5] Assauri, S., (1998). "Manajemen Operasi dan Produksi". Jakarta: LP FE UI.
- [6] Montgomery, D.C., (2009). "*Introduction to Statistical Quality Control 6th Edition*". New York: John Wiley & Sons, Inc.
- [7] Siegel, S., (1956). "*Nonparametric Statistic for the Behavioral Science*". New York: McGraw-Hill Book Company, Inc.
- [8] Putri, K.I.K., (2011). "Bagan Kendali Exponentially Weighted Moving Average untuk Mean Proses". Tugas Akhir-Jurusan Matematika UI.
- [9] Kume, H., (1992). "*Statistical Methods for Quality Improvement*". Tokyo: The Association for Overseas Technical Scholarship (AOTS).

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

LAMPIRAN 1

Data Panjang Pipa Hitam 50×50 Tanggal 13 Oktober 2016

i	x_1	x_2	x_3	x_4	\bar{x}_i
1	6008	6011	6007	6014	6010,00
2	6006	6008	6006	6006	6006,50
3	6009	6004	6008	6008	6007,25
4	6014	6010	6007	6012	6010,75
5	6007	6006	6010	6003	6006,50
6	6006	6008	6007	6009	6007,50
7	6013	6008	6004	6008	6008,25
8	6004	6011	6005	6008	6007,00
9	6012	6007	6006	6007	6008,00
10	6012	6010	6009	6011	6010,50
11	6012	6010	6008	6006	6009,00
12	6006	6011	6011	6007	6008,75
13	6015	6014	6011	6005	6011,25
14	6007	6003	6009	6008	6006,75
15	6006	6012	6009	6009	6009,00
16	6008	6014	6008	6008	6009,50
17	6008	6009	6008	6008	6008,25
18	6006	6005	6005	6013	6007,25
19	6004	6013	6005	6013	6008,75
20	6003	6009	6009	6003	6006,00
21	6013	6012	6011	6004	6010,00
22	6006	6013	6009	6009	6009,25
23	6011	6004	6012	6010	6009,25
24	6010	6011	6010	6008	6009,75
25	6012	6007	6008	6006	6008,25

LAMPIRAN 1 LANJUTAN

Data Panjang Pipa Hitam 50×50 Tanggal 13 Oktober 2016

i	x_1	x_2	x_3	x_4	\bar{x}_i
26	6006	6009	6011	6010	6009,00
27	6007	6007	6011	6009	6008,50
28	6011	6007	6001	6005	6006,00
29	6012	6012	6014	6004	6010,50
30	6004	6002	6011	6009	6006,50
31	6008	6007	6009	6009	6008,25
32	6011	6009	6009	6005	6008,50
33	6006	6009	6002	6011	6007,00
34	6006	6010	6008	6010	6008,50
35	6013	6012	6006	6007	6009,50
36	6007	6012	6014	6015	6012,00
37	6009	6008	6009	6010	6009,00
38	6002	6009	6008	6006	6006,25
39	6005	6007	6010	6011	6008,25
40	6010	6007	6005	6010	6008,00
41	6008	6010	6006	6004	6007,00
42	6010	6010	6007	6006	6008,25
43	6004	6006	6009	6012	6007,75
44	6006	6007	6012	6013	6009,50
45	6008	6009	6009	6004	6007,50
46	6003	6012	6010	6004	6007,25
47	6010	6008	6009	6009	6009,00
48	6014	6005	6012	6010	6010,25
49	6012	6010	6010	6010	6010,50
50	6010	6014	6004	6009	6009,25
51	6011	6013	6012	6012	6012,00

LAMPIRAN 1 LANJUTAN

Data Panjang Pipa Hitam 50×50 Tanggal 13 Oktober 2016

i	x_1	x_2	x_3	x_4	\bar{x}_i
52	6008	6008	6005	6009	6007,50
53	6004	6008	6011	6010	6008,25
54	6007	6011	6009	6008	6008,75
55	6008	6015	6010	6009	6010,50
56	6006	6007	6010	6005	6007,00
57	6011	6011	6006	6002	6007,50
58	6008	6007	6005	6013	6008,25
59	6011	6002	6006	6010	6007,25
60	6011	6008	6011	6004	6008,50
61	6015	6010	6009	6006	6010,00
62	6004	6006	6005	6012	6006,75
63	6006	6007	6010	6002	6006,25
64	6008	6009	6007	6003	6006,75
65	6004	6012	6002	6004	6005,50
66	6006	6009	6008	6006	6007,25
67	6007	6010	6010	6006	6008,25
68	6007	6010	6003	6007	6006,75
69	6011	6011	6008	6002	6008,00
70	6007	6011	6008	6008	6008,50
71	6003	6015	6002	6010	6007,50
72	6008	6003	6015	6003	6007,25
73	6008	6009	6007	6008	6008,00
74	6004	6014	6011	6009	6009,50
75	6007	6012	6007	6008	6008,50
76	6008	6008	6005	6009	6007,50
77	6006	6004	6011	6005	6006,50

LAMPIRAN 1 LANJUTAN

Data Panjang Pipa Hitam 50×50 Tanggal 13 Oktober 2016

i	x_1	x_2	x_3	x_4	\bar{x}_i
78	6012	6007	6010	6005	6008,50
79	6008	6005	6006	6015	6008,50
80	6004	6004	6011	6009	6007,00
81	6007	6005	6009	6008	6007,25
82	6008	6008	6005	6009	6007,50
83	6006	6015	6006	6009	6009,00
84	6002	6005	6013	6010	6007,50
85	6013	6009	6007	6010	6009,75
86	6009	6009	6003	6007	6007,00
87	6012	6011	6004	6002	6007,25
88	6008	6009	6009	6007	6008,25
89	6005	6012	6010	6007	6008,50
90	6005	6007	6007	6003	6005,50
91	6007	6010	6007	6006	6007,50
92	6007	6006	6013	6006	6008,00
93	6013	6005	6008	6011	6009,25
94	6009	6010	6003	6003	6006,25
95	6008	6008	6009	6008	6008,25
96	6009	6003	6010	6010	6008,00
97	6004	6008	6003	6005	6005,00
98	6007	6010	6004	6007	6007,00
99	6008	6006	6005	6007	6006,50
100	6005	6007	6006	6007	6006,25

LAMPIRAN 2

Tabel Nilai Kritis Uji Kolmogorov-Smirnov

m	$\alpha = 0,20$	$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,02$	$\alpha = 0,01$
1	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
2	0,684	0,776	0,842	0,900	0,929
3	0,565	0,636	0,708	0,785	0,829
4	0,493	0,565	0,624	0,689	0,734
5	0,447	0,509	0,563	0,627	0,669
6	0,410	0,468	0,519	0,577	0,617
7	0,381	0,436	0,483	0,538	0,576
8	0,359	0,410	0,454	0,507	0,542
9	0,339	0,387	0,430	0,480	0,513
10	0,323	0,369	0,409	0,457	0,486
11	0,308	0,352	0,391	0,437	0,468
12	0,296	0,338	0,375	0,419	0,449
13	0,285	0,325	0,361	0,404	0,432
14	0,275	0,314	0,349	0,390	0,418
15	0,266	0,304	0,338	0,377	0,404
16	0,258	0,295	0,327	0,366	0,392
17	0,250	0,286	0,318	0,355	0,381
18	0,244	0,279	0,309	0,346	0,371
19	0,237	0,271	0,301	0,337	0,361
20	0,232	0,265	0,294	0,329	0,352
21	0,226	0,259	0,287	0,321	0,344
22	0,221	0,253	0,281	0,314	0,337
23	0,216	0,247	0,275	0,307	0,330
24	0,212	0,242	0,269	0,301	0,323

LAMPIRAN 2 LANJUTAN

Tabel Nilai Kritis Uji Kolmogorov-Smirnov

m	$\alpha = 0,20$	$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,02$	$\alpha = 0,01$
25	0,208	0,238	0,264	0,295	0,317
26	0,204	0,233	0,259	0,290	0,311
27	0,200	0,229	0,254	0,284	0,305
28	0,197	0,225	0,250	0,279	0,300
29	0,193	0,221	0,246	0,275	0,295
30	0,190	0,218	0,242	0,270	0,290
35	0,177	0,202	0,224	0,251	0,269
40	0,165	0,189	0,210	0,235	0,252
45	0,156	0,179	0,198	0,222	0,238
50	0,148	0,170	0,188	0,211	0,226
55	0,142	0,162	0,180	0,201	0,216
60	0,136	0,155	0,172	0,193	0,207
65	0,131	0,149	0,166	0,185	0,199
70	0,126	0,144	0,160	0,179	0,192
75	0,122	0,139	0,154	0,173	0,185
80	0,118	0,135	0,150	0,167	0,179
85	0,114	0,131	0,145	0,162	0,174
90	0,111	0,127	0,141	0,158	0,169
95	0,108	0,124	0,137	0,154	0,165
100	0,106	0,121	0,134	0,150	0,161

Pendekatan

M	$1,07/\sqrt{m}$	$1,22/\sqrt{m}$	$1,35/\sqrt{m}$	$1,52/\sqrt{m}$	$1,63/\sqrt{m}$
200	0,076	0,086	0,096	0,107	0,115
400	0,0535	0,061	0,0675	0,076	0,0815

LAMPIRAN 3

Tabel Nilai A_2, d_2, D_3, D_4

Besar sampel	A_2	d_2	D_3	D_4
2	1.880	1.128	-	3.268
3	1.023	1.693	-	2.574
4	0.729	2.059	-	2.282
5	0.577	2.326	-	2.114
6	0.483	2.534	-	2.004
7	0.419	2.704	0.076	1.924
8	0.373	2.847	0.136	1.864
9	0.337	2.970	0.184	1.816
10	0.308	3.078	0.223	1.777
11	0.285	3.173	0.256	1.744
12	0.266	3.258	0.283	1.717
13	0.249	3.336	0.307	1.693
14	0.235	3.407	0.328	1.672
15	0.223	3.472	0.347	1.653
16	0.212	3.532	0.363	1.637
17	0.203	3.588	0.378	1.622
18	0.194	3.640	0.391	1.608
19	0.187	3.689	0.403	1.597
20	0.180	3.735	0.415	1.585
21	0.173	3.778	0.425	1.575
22	0.167	3.819	0.434	1.566
23	0.162	3.858	0.443	1.557
24	0.157	3.895	0.451	1.548
25	0.153	3.931	0.459	1.541

LAMPIRAN 4

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6001	1	0,0025	-2,337686	0,009702	0,007202
6002	2	0,0050	-2,009820	0,022225	0,017225
6002	3	0,0075			0,014725
6002	4	0,0100			0,012225
6002	5	0,0125			0,009725
6002	6	0,0150			0,007225
6002	7	0,0175			0,004725
6002	8	0,0200			0,002225
6002	9	0,0225			0,000275
6002	10	0,0250			0,002775
6002	11	0,0275			0,005275
6002	12	0,0300			0,007775
6003	13	0,0325	-1,681954	0,046289	0,013789
6003	14	0,0350			0,011289
6003	15	0,0375			0,008789
6003	16	0,0400			0,006289
6003	17	0,0425			0,003789
6003	18	0,0450			0,001289
6003	19	0,0475			0,001211
6003	20	0,0500			0,003711
6003	21	0,0525			0,006211
6003	22	0,0550			0,008711
6003	23	0,0575			0,011211
6003	24	0,0600			0,013711
6003	25	0,0625			0,016211

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6003	26	0,0650	-1,681954	0,046289	0,018711
6003	27	0,0675			0,021211
6003	28	0,0700			0,023711
6004	29	0,0725	-1,354088	0,087854	0,015354
6004	30	0,0750			0,012854
6004	31	0,0775			0,010354
6004	32	0,0800			0,007854
6004	33	0,0825			0,005354
6004	34	0,0850			0,002854
6004	35	0,0875			0,000354
6004	36	0,0900			0,002146
6004	37	0,0925			0,004646
6004	38	0,0950			0,007146
6004	39	0,0975			0,009646
6004	40	0,1000			0,012146
6004	41	0,1025			0,014646
6004	42	0,1050			0,017146
6004	43	0,1075			0,019646
6004	44	0,1100			0,022146
6004	45	0,1125			0,024646
6004	46	0,1150			0,027146
6004	47	0,1175			0,029646
6004	48	0,1200			0,032146
6004	49	0,1225			0,034646
6004	50	0,1250			0,037146

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6004	51	0,1275	-1,354088	0,087854	0,039646
6004	52	0,1300			0,042146
6004	53	0,1325			0,044646
6005	54	0,1350	-1,026221	0,152394	0,017394
6005	55	0,1375			0,014894
6005	56	0,1400			0,012394
6005	57	0,1425			0,009894
6005	58	0,1450			0,007394
6005	59	0,1475			0,004894
6005	60	0,1500			0,002394
6005	61	0,1525			0,000106
6005	62	0,1550			0,002606
6005	63	0,1575			0,005106
6005	64	0,1600			0,007606
6005	65	0,1625			0,010106
6005	66	0,1650			0,012606
6005	67	0,1675			0,015106
6005	68	0,1700			0,017606
6005	69	0,1725			0,020106
6005	70	0,1750			0,022606
6005	71	0,1775			0,025106
6005	72	0,1800			0,027606
6005	73	0,1825			0,030106
6005	74	0,1850			0,032606
6005	75	0,1875			0,035106

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6005	76	0,1900	-1,026221	0,152394	0,037606
6005	77	0,1925			0,040106
6005	78	0,1950			0,042606
6005	79	0,1975			0,045106
6005	80	0,2000			0,047606
6006	81	0,2025	-0,698355	0,242478	0,039978
6006	82	0,2050			0,037478
6006	83	0,2075			0,034978
6006	84	0,2100			0,032478
6006	85	0,2125			0,029978
6006	86	0,2150			0,027478
6006	87	0,2175			0,024978
6006	88	0,2200			0,022478
6006	89	0,2225			0,019978
6006	90	0,2250			0,017478
6006	91	0,2275			0,014978
6006	92	0,2300			0,012478
6006	93	0,2325			0,009978
6006	94	0,2350			0,007478
6006	95	0,2375			0,004978
6006	96	0,2400			0,002478
6006	97	0,2425			0,000022
6006	98	0,2450			0,002522
6006	99	0,2475			0,005022
6006	100	0,2500			0,007522

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6006	101	0,2525	-0,698355	0,242478	0,010022
6006	102	0,2550			0,012522
6006	103	0,2575			0,015022
6006	104	0,2600			0,017522
6006	105	0,2625			0,020022
6006	106	0,2650			0,022522
6006	107	0,2675			0,025022
6006	108	0,2700			0,027522
6006	109	0,2725			0,030022
6006	110	0,2750			0,032522
6006	111	0,2775			0,035022
6006	112	0,2800			0,037522
6006	113	0,2825			0,040022
6006	114	0,2850			0,042522
6006	115	0,2875			0,045022
6006	116	0,2900			0,047522
6006	117	0,2925			0,050022
6006	118	0,2950			0,052522
6006	119	0,2975			0,055022
6007	120	0,3000	-0,370489	0,355509	0,055509
6007	121	0,3025			0,053009
6007	122	0,3050			0,050509
6007	123	0,3075			0,048009
6007	124	0,3100			0,045509
6007	125	0,3125			0,043009

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6007	126	0,3150	-0,370489	0,355509	0,040509
6007	127	0,3175			0,038009
6007	128	0,3200			0,035509
6007	129	0,3225			0,033009
6007	130	0,3250			0,030509
6007	131	0,3275			0,028009
6007	132	0,3300			0,025509
6007	133	0,3325			0,023009
6007	134	0,3350			0,020509
6007	135	0,3375			0,018009
6007	136	0,3400			0,015509
6007	137	0,3425			0,013009
6007	138	0,3450			0,010509
6007	139	0,3475			0,008009
6007	140	0,3500			0,005509
6007	141	0,3525			0,003009
6007	142	0,3550			0,000509
6007	143	0,3575			0,001991
6007	144	0,3600			0,004491
6007	145	0,3625			0,006991
6007	146	0,3650			0,009491
6007	147	0,3675			0,011991
6007	148	0,3700			0,014491
6007	149	0,3725			0,016991
6007	150	0,3750			0,019491

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6007	151	0,3775	-0,370489	0,355509	0,021991
6007	152	0,3800			0,024491
6007	153	0,3825			0,026991
6007	154	0,3850			0,029491
6007	155	0,3875			0,031991
6007	156	0,3900			0,034491
6007	157	0,3925			0,036991
6007	158	0,3950			0,039491
6007	159	0,3975			0,041991
6007	160	0,4000			0,044491
6007	161	0,4025			0,046991
6007	162	0,4050			0,049491
6007	163	0,4075			0,051991
6007	164	0,4100			0,054491
6007	165	0,4125			0,056991
6007	166	0,4150			0,059491
6008	167	0,4175	-0,042623	0,483001	0,065501
6008	168	0,4200			0,063001
6008	169	0,4225			0,060501
6008	170	0,4250			0,058001
6008	171	0,4275			0,055501
6008	172	0,4300			0,053001
6008	173	0,4325			0,050501
6008	174	0,4350			0,048001
6008	175	0,4375			0,045501

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6008	176	0,4400	-0,042623	0,483001	0,043001
6008	177	0,4425			0,040501
6008	178	0,4450			0,038001
6008	179	0,4475			0,035501
6008	180	0,4500			0,033001
6008	181	0,4525			0,030501
6008	182	0,4550			0,028001
6008	183	0,4575			0,025501
6008	184	0,4600			0,023001
6008	185	0,4625			0,020501
6008	186	0,4650			0,018001
6008	187	0,4675			0,015501
6008	188	0,4700			0,013001
6008	189	0,4725			0,010501
6008	190	0,4750			0,008001
6008	191	0,4775			0,005501
6008	192	0,4800			0,003001
6008	193	0,4825			0,000501
6008	194	0,4850			0,001999
6008	195	0,4875			0,004499
6008	196	0,4900			0,006999
6008	197	0,4925			0,009499
6008	198	0,4950			0,011999
6008	199	0,4975			0,014499
6008	200	0,5000			0,016999

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6008	201	0,5025	-0,04262	0,48300	0,01950
6008	202	0,5050			0,02200
6008	203	0,5075			0,02450
6008	204	0,5100			0,02700
6008	205	0,5125			0,02950
6008	206	0,5150			0,03200
6008	207	0,5175			0,03450
6008	208	0,5200			0,03700
6008	209	0,5225			0,03950
6008	210	0,5250			0,04200
6008	211	0,5275			0,04450
6008	212	0,5300			0,04700
6008	213	0,5325			0,04950
6008	214	0,5350			0,05200
6008	215	0,5375			0,05450
6008	216	0,5400			0,05700
6008	217	0,5425			0,05950
6008	218	0,5450			0,06200
6008	219	0,5475			0,06450
6008	220	0,5500			0,06700
6009	221	0,5525	0,28524	0,61227	0,05977
6009	222	0,5550			0,05727
6009	223	0,5575			0,05477
6009	224	0,5600			0,05227
6009	225	0,5625			0,04977

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6009	226	0,5650	0,285244	0,612271	0,047271
6009	227	0,5675			0,044771
6009	228	0,5700			0,042271
6009	229	0,5725			0,039771
6009	230	0,5750			0,037271
6009	231	0,5775			0,034771
6009	232	0,5800			0,032271
6009	233	0,5825			0,029771
6009	234	0,5850			0,027271
6009	235	0,5875			0,024771
6009	236	0,5900			0,022271
6009	237	0,5925			0,019771
6009	238	0,5950			0,017271
6009	239	0,5975			0,014771
6009	240	0,6000			0,012271
6009	241	0,6025			0,009771
6009	242	0,6050			0,007271
6009	243	0,6075			0,004771
6009	244	0,6100			0,002271
6009	245	0,6125			0,000229
6009	246	0,6150			0,002729
6009	247	0,6175			0,005229
6009	248	0,6200			0,007729
6009	249	0,6225			0,010229
6009	250	0,6250			0,012729

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6009	251	0,6275	0,285244	0,612271	0,015229
6009	252	0,6300			0,017729
6009	253	0,6325			0,020229
6009	254	0,6350			0,022729
6009	255	0,6375			0,025229
6009	256	0,6400			0,027729
6009	257	0,6425			0,030229
6009	258	0,6450			0,032729
6009	259	0,6475			0,035229
6009	260	0,6500			0,037729
6009	261	0,6525			0,040229
6009	262	0,6550			0,042729
6009	263	0,6575			0,045229
6009	264	0,6600			0,047729
6009	265	0,6625			0,050229
6009	266	0,6650			0,052729
6009	267	0,6675			0,055229
6009	268	0,6700			0,057729
6009	269	0,6725			0,060229
6010	270	0,6750	0,613110	0,730098	0,055098
6010	271	0,6775			0,052598
6010	272	0,6800			0,050098
6010	273	0,6825			0,047598
6010	274	0,6850			0,045098
6010	275	0,6875			0,042598

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6010	276	0,6900	0,613110	0,730098	0,040098
6010	277	0,6925			0,037598
6010	278	0,6950			0,035098
6010	279	0,6975			0,032598
6010	280	0,7000			0,030098
6010	281	0,7025			0,027598
6010	282	0,7050			0,025098
6010	283	0,7075			0,022598
6010	284	0,7100			0,020098
6010	285	0,7125			0,017598
6010	286	0,7150			0,015098
6010	287	0,7175			0,012598
6010	288	0,7200			0,010098
6010	289	0,7225			0,007598
6010	290	0,7250			0,005098
6010	291	0,7275			0,002598
6010	292	0,7300			0,000098
6010	293	0,7325			0,002402
6010	294	0,7350			0,004902
6010	295	0,7375			0,007402
6010	296	0,7400			0,009902
6010	297	0,7425			0,012402
6010	298	0,7450			0,014902
6010	299	0,7475			0,017402
6010	300	0,7500			0,019902

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6010	301	0,7525	0,613110	0,730098	0,022402
6010	302	0,7550			0,024902
6010	303	0,7575			0,027402
6010	304	0,7600			0,029902
6010	305	0,7625			0,032402
6010	306	0,7650			0,034902
6010	307	0,7675			0,037402
6010	308	0,7700			0,039902
6010	309	0,7725			0,042402
6010	310	0,7750			0,044902
6010	311	0,7775			0,047402
6010	312	0,7800			0,049902
6011	313	0,7825	0,940976	0,826641	0,044141
6011	314	0,7850			0,041641
6011	315	0,7875			0,039141
6011	316	0,7900			0,036641
6011	317	0,7925			0,034141
6011	318	0,7950			0,031641
6011	319	0,7975			0,029141
6011	320	0,8000			0,026641
6011	321	0,8025			0,024141
6011	322	0,8050			0,021641
6011	323	0,8075			0,019141
6011	324	0,8100			0,016641
6011	325	0,8125			0,014141

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6011	326	0,8150	0,940976	0,826641	0,011641
6011	327	0,8175			0,009141
6011	328	0,8200			0,006641
6011	329	0,8225			0,004141
6011	330	0,8250			0,001641
6011	331	0,8275			0,000859
6011	332	0,8300			0,003359
6011	333	0,8325			0,005859
6011	334	0,8350			0,008359
6011	335	0,8375			0,010859
6011	336	0,8400			0,013359
6011	337	0,8425			0,015859
6011	338	0,8450			0,018359
6011	339	0,8475			0,020859
6011	340	0,8500			0,023359
6011	341	0,8525			0,025859
6011	342	0,8550			0,028359
6011	343	0,8575			0,030859
6011	344	0,8600			0,033359
6012	345	0,8625	1,268842	0,897751	0,035251
6012	346	0,8650			0,032751
6012	347	0,8675			0,030251
6012	348	0,8700			0,027751
6012	349	0,8725			0,025251
6012	350	0,8750			0,022751

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6012	351	0,8775	1,268842	0,897751	0,020251
6012	352	0,8800			0,017751
6012	353	0,8825			0,015251
6012	354	0,8850			0,012751
6012	355	0,8875			0,010251
6012	356	0,8900			0,007751
6012	357	0,8925			0,005251
6012	358	0,8950			0,002751
6012	359	0,8975			0,000251
6012	360	0,9000			0,002249
6012	361	0,9025			0,004749
6012	362	0,9050			0,007249
6012	363	0,9075			0,009749
6012	364	0,9100			0,012249
6012	365	0,9125			0,014749
6012	366	0,9150			0,017249
6012	367	0,9175			0,019749
6012	368	0,9200			0,022249
6012	369	0,9225			0,024749
6013	370	0,9250	1,596709	0,944835	0,019835
6013	371	0,9275			0,017335
6013	372	0,9300			0,014835
6013	373	0,9325			0,012335
6013	374	0,9350			0,009835
6013	375	0,9375			0,007335

LAMPIRAN 4 LANJUTAN

Hasil Perhitungan Uji Normalitas

x	f kum	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
6013	376	0,9400	1,596709	0,944835	0,004835
6013	377	0,9425			0,002335
6013	378	0,9450			0,000165
6013	379	0,9475			0,002665
6013	380	0,9500			0,005165
6013	381	0,9525			0,007665
6013	382	0,9550			0,010165
6013	383	0,9575			0,012665
6014	384	0,9600	1,924575	0,972859	0,012859
6014	385	0,9625			0,010359
6014	386	0,9650			0,007859
6014	387	0,9675			0,005359
6014	388	0,9700			0,002859
6014	389	0,9725			0,000359
6014	390	0,9750			0,002141
6014	391	0,9775			0,004641
6014	392	0,9800	2,252441	0,987853	0,007141
6015	393	0,9825			0,005353
6015	394	0,9850			0,002853
6015	395	0,9875			0,000353
6015	396	0,9900			0,002147
6015	397	0,9925			0,004647
6015	398	0,9950			0,007147
6015	399	0,9975			0,009647
6015	400	1,0000			0,012147

LAMPIRAN 5

Tabel Nilai Plot CUSUM

i	C_i^+	C_i^-
1	1,237493929	0
2	0	-0,737493929
3	0	-0,724987858
4	1,987493929	0
5	0	-0,737493929
6	0	-0,474987858
7	0	0
8	0	-0,237493929
9	0	0
10	1,737493929	0
11	1,974987858	0
12	1,962481787	0
13	4,449975716	0
14	2,437469645	-0,487493929
15	2,674963575	0
16	3,412457504	0
17	2,899951433	0
18	1,387445362	0
19	1,374939291	0
20	0	-1,237493929
21	1,237493929	0
22	1,724987858	0
23	2,212481787	0
24	3,199975716	0
25	2,687469645	0
26	2,924963575	0

LAMPIRAN 5 LANJUTAN

Tabel Nilai Plot CUSUM

i	C_i^+	C_i^-
27	2,662457504	0
28	0	-1,237493929
29	1,737493929	0
30	0	-0,737493929
31	0	0
32	0	0
33	0	-0,237493929
34	0	0
35	0,737493929	0
36	3,974987858	0
37	4,212481787	0
38	1,699975716	-0.987493929
39	1,187469645	0
40	0,424963575	0
41	0	-0,237493929
42	0	0
43	0	0
44	0,737493929	0
45	0	0
46	0	0
47	0,237493929	0
48	1,724987858	0
49	3,462481787	0
50	3,949975716	0
51	7,187469645	0
52	5,924963575	0

LAMPIRAN 5 LANJUTAN

Tabel Nilai Plot CUSUM

i	C_i^+	C_i^-
53	5,412457504	0
54	5,399951433	0
55	7,137445362	0
56	5,374939291	-0,237493929
57	4,11243322	0
58	3,599927149	0
59	2,087421078	0
60	1,824915007	0
61	3,062408936	0
62	1,049902865	-0,487493929
63	0	-1,474987858
64	0	-1,962481787
65	0	-3,699975716
66	0	-3,687469645
67	0	-2,674963575
68	0	-3,162457504
69	0	-2,399951433
70	0	-1,137445362
71	0	-0,874939291
72	0	-0,86243322
73	0	-0,099927149
74	0,737493929	0
75	0,474987858	0
76	0	0
77	0	-0,737493929
78	0	0

LAMPIRAN 5 LANJUTAN

i	C_i^+	C_i^-
79	0	0
80	0	-0,237493929
81	0	-0,224987858
82	0	0
83	0,237493929	0
84	0	0
85	0,987493929	0
86	0	-0,237493929
87	0	-0,224987858
88	0	0
89	0	0
90	0	-1,737493929
91	0	-1,474987858
92	0	-0,712481787
93	0,487493929	0
94	0	-0,987493929
95	0	0
96	0	0
97	0	-2,237493929
98	0	-2,474987858
99	0	-3,212481787
100	0	-4,199975716

LAMPIRAN 6

Tabel Nilai Plot dan Batas EWMA

i	Z_i	BKB	BKA
1	6008,1	6007,800605	6008,199395
2	6008,02	6007,724972	6008,275028
3	6007,9815	6007,67133	6008,32867
4	6008,119925	6007,629527	6008,370473
5	6008,038929	6007,595492	6008,404508
6	6008,011982	6007,567066	6008,432934
7	6008,023883	6007,542927	6008,457073
8	6007,972689	6007,522187	6008,477813
9	6007,974055	6007,504214	6008,495786
10	6008,100352	6007,488535	6008,511465
11	6008,145334	6007,474787	6008,525213
12	6008,175568	6007,46268	6008,53732
13	6008,329289	6007,451984	6008,548016
14	6008,250325	6007,442507	6008,557493
15	6008,287808	6007,43409	6008,56591
16	6008,348418	6007,4266	6008,5734
17	6008,343497	6007,419923	6008,580077
18	6008,288822	6007,413962	6008,586038
19	6008,311881	6007,408634	6008,591366
20	6008,196287	6007,403867	6008,596133
21	6008,286473	6007,399597	6008,600403
22	6008,334649	6007,395769	6008,604231
23	6008,380417	6007,392335	6008,607665
24	6008,448896	6007,389252	6008,610748
25	6008,438951	6007,386483	6008,613517
26	6008467003	6007,383995	6008,616005

LAMPIRAN 6 LANJUTAN

i	Z_i	BAK	BKB
27	6008,468653	6007,381758	6008,618242
28	6008,345221	6007,379746	6008,620254
29	6008,45296	6007,377936	6008,622064
30	6008,355312	6007,376307	6008,623693
31	6008,350046	6007,37484	6008,62516
32	6008,357544	6007,373519	6008,626481
33	6008,289667	6007,37233	6008,62767
34	6008,300183	6007,371258	6008,628742
35	6008,360174	6007,370293	6008,629707
36	6008,542165	6007,369422	6008,630578
37	6008,565057	6007,368638	6008,631362
38	6008,449304	6007,367931	6008,632069
39	6008,439339	6007,367294	6008,632706
40	6008,417372	6007,366719	6008,633281
41	6008,346503	6007,366201	6008,633799
42	6008,341678	6007,365733	6008,634267
43	6008,312094	6007,365312	6008,634688
44	6008,37149	6007,364932	6008,635068
45	6008,327915	6007,364589	6008,635411
46	6008,274019	6007,36428	6008,63572
47	6008,310318	6007,364001	6008,635999
48	6008,407303	6007,363749	6008,636251
49	6008,511937	6007,363522	6008,636478
50	6008,548841	6007,363317	6008,636683
51	6008,721399	6007,363132	6008,636868
52	6008,660329	6007,362965	6008,637035
53	6008,639812	6007,362815	6008,637185

LAMPIRAN 6 LANJUTAN

54	6008,645322	6007,362679	6008,637321
55	6008,738055	6007,362557	6008,637443
56	6008,651153	6007,362446	6008,637554
57	6008,593595	6007,362346	6008,637654
58	6008,576415	6007,362256	6008,637744
59	6008,510095	6007,362175	6008,637825
60	6008,50959	6007,362102	6008,637898
61	6008,58411	6007,362036	6008,637964
62	6008,492405	6007,361976	6008,638024
63	6008,380285	6007,361922	6008,638078
64	6008,29877	6007,361874	6008,638126
65	6008,158832	6007,36183	6008,63817
66	6008,11339	6007,36179	6008,63821
67	6008,120221	6007,361754	6008,638246
68	6008,05171	6007,361722	6008,638278
69	6008,049124	6007,361693	6008,638307
70	6008,071668	6007,361667	6008,638333
71	6008,043085	6007,361643	6008,638357
72	6008,00343	6007,361622	6008,638378
73	6008,003259	6007,361602	6008,638398
74	6008,078096	6007,361585	6008,638415
75	6008,099191	6007,361569	6008,638431
76	6008,069232	6007,361555	6008,638445
77	6007,99077	6007,361542	6008,638458
78	6008,016231	6007,361531	6008,638469
79	6008,04042	6007,36152	6008,63848
80	6007,988399	6007,361511	6008,638489
81	6007,951479	6007,361502	6008,638498

LAMPIRAN 6 LANJUTAN

82	6007,928905	6007,361495	6008,638505
83	6007,98246	6007,361488	6008,638512
84	6007,958337	6007,361482	6008,638518
85	6008,04792	6007,361476	6008,638524
86	6007,995524	6007,361471	6008,638529
87	6007,958248	6007,361466	6008,638534
88	6007,972835	6007,361462	6008,638538
89	6007,999194	6007,361458	6008,638542
90	6007,874234	6007,361455	6008,638545
91	6007,855522	6007,361452	6008,638548
92	6007,862746	6007,361449	6008,638551
93	6007,932109	6007,361447	6008,638553
94	6007,848003	6007,361445	6008,638555
95	6007,868103	6007,361443	6008,638557
96	6007,874698	6007,361441	6008,638559
97	6007,730963	6007,361439	6008,638561
98	6007,694415	6007,361438	6008,638562
99	6007,634694	6007,361436	6008,638564
100	6007,56546	6007,361435	6008,638565

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BIODATA PENULIS



Nama lengkap penulis yaitu Muhammad Hakam dan biasa dipanggil Hakam. Penulis lahir di Surabaya, 17 Desember 1993. Penulis telah menempuh pendidikan formal di SD Negeri Gunungsari 3/531 Surabaya, SMP Negeri 22 Surabaya dan SMA Negeri 6 Surabaya.

Penulis yang memiliki kegemaran olahraga, *travelling*, dan bermain musik, saat ini sedang menempuh pendidikan tinggi di Institut Teknologi

Sepuluh Nopember (ITS), Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Penulis aktif kegiatan organisasi kemahasiswaan, yaitu sebagai Staff Departemen Dalam Negeri Himpunan Mahasiswa Matematika ITS pada tahun 2014-2015 dan menjadi Kepala Departemen Dalam Negeri Himpunan Mahasiswa Matematika ITS pada periode selanjutnya. Bidang minat yang sedang ditekuni adalah bidang minat Terapan yang terdiri atas Riset Operasi dan Pengolahan Data (ROPD) dan Permodelan Matematika..

Jika ingin memberikan saran, kritik, dan diskusi mengenai Laporan Tugas Akhir ini, bisa melalui email hakammuhammad14@gmail.com

Semoga bermanfaat.